МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СТАРИЦКИЙ КОЛЛЕДЖ»

«Согласовано»
Председатель ПЦК:
__________Бертова Н.А.

Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
по учебной дисциплине
МДК 01.04 Теоретические основы начального курса математики с методикой преподавания

Специальность: СПО
44.02.02 Преподавание в начальных классах

г. Старица 2020

1. Результаты освоения МДК 01.04 Теоретические основы начального курса обучения математике с методикой преподавания, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
У1 находить и использовать методическую литературу и другие источники информации, необходимой для подготовки к урокам по математике;	**Верно** находит методическую литературу, ЭОРы, другие источники информации для подготовки к урокам с учётом УМК, без методических и других ошибок
У2 определять цели и задачи урока, планировать его с учетом особенностей учебного предмета математики, возраста, класса, отдельных обучающихся и в соответствии с санитарно-гигиеническими нормами;	**Верно** определяет цели в соответствии с ФГОС НОО, основной образовательной программой начального общего образования, УМК
У3 использовать различные средства, методы и формы организации учебной деятельности обучающихся на уроках математике, строить их с учетом особенностей учебного предмета, возраста и уровня подготовленности обучающихся;	Использует при моделировании фрагмента урока математики или урока математики средства обучения **в соответствии** с санитарно-гигиеническими нормами, с учётом специфики предмета математики, возраста младшего школьника, его подготовленности к использованию технических и других средств обучения
У4 применять приемы страховки и самостраховки при выполнении физических упражнений во время проведения физминуток, соблюдать технику безопасности на занятиях;	**Включает** в конспект урока приёмы страховки и самостраховки при выполнении физических упражнений во время проведения физминуток, предусмотрены в конспектах к урокам по математике инструктажи по технике безопасности при использовании технических средств обучения
У5 планировать и проводить работу с одаренными детьми в соответствии с их индивидуальными особенностями;	В конспектах уроков по математике студент **планирует** диффернцированные задания, рассчитанные как минимум на три группы детей по степени обучаемости, индивидуальными особенностями. При показе уроков по математике на группе студентов **проводит** работу (условно) с одарёнными детьми
У6 планировать и проводить коррекционно-развивающую работу с обучающимися, имеющими трудности в обучении;	В конспектах уроков по математике студент **планирует** коррекционно-развивающую работу с обучающимися, имеющими трудности в обучении. При показе уроков по математике на группе студентов **проводит** работу (условно) с обучающимися, имеющими трудности в обучении
У7 использовать технические средства обучения (далее - ТСО) в образовательном процессе;	**Правильно** использует технические средства обучения **в соответствии** с техникой безопасности, учётом возраста детей, санитарных норм и правил
У8 устанавливать педагогически целесообразные взаимоотношения с обучающимися;	**В конспекте** уроков математики **предусмотрена** совместная деятельность учителя и ученика по целеполаганию,

	предусмотрена обратная связь с учеником на каждом этапе урока,студент при составлении конспекта продумывает методы и приёмы педагогической поддержки, методы стимулирования ученика к учебной деятельности
У9 проводить педагогический контроль на уроках по математике, осуществлять отбор контрольно-измерительных материалов, форм и методов диагностики результатов обучения;	Студент **верно** осуществляет отбор КИМов в соответствии с уровнем подготовленности учеников, индивидуальных особенностей детей, требований ФГОС НОО, требований ООП НОО Студент методический **грамотно** использует в конспекте урока педагогический контроль с учётом номера урока в изучаемой теме (диагностическое, формативное или суммативное оценивание)
У10 интерпретировать результаты диагностики учебных достижений обучающихся;	Студент **может найти и зафиксировать** место затруднения в изучаемой теме для каждого ученика
У11 оценивать процесс и результаты деятельности обучающихся на уроках по математике выставлять отметки;	В конспекте урока по математике предусматривает критериальный подход в оценивании.
У12 осуществлять самоанализ и самоконтроль при проведении уроков по математике	Грамотно осуществляет самоанализ своего смоделированного урока по заданной схеме Умеет исправить ошибки в своём конспекте урока
У13 анализировать процесс и результаты педагогической деятельности и обучения по математике, корректировать и совершенствовать их;	В конспектах уроков по математике продумывает коррекционную работу при работе над ошибками детей, включает этап повторения или актуализации знаний по заданной теме, использует ошибку для углубления знаний
У14 каллиграфически писать, соблюдать нормы и правила русского языка в устной и письменной речи;	Каллиграфически верно пишет, соблюдает нормы русского языка при составлении конспектов
У15 анализировать уроки для установления соответствия содержания, методов и средств, поставленным целям и задачам;	Анализирует уроки учителей базовой школы, учителей – участников Всероссийского конкурса «Учитель года», уроки своих одногруппников с целью установления соответствия содержания, методов и средств, поставленным целям и задачам
З1 особенности психических познавательных процессов и учебной деятельности обучающихся;	Учебная деятельность – ведущий тип деятельности младших школьников. Особенности развитие внимания младших школьников. Особенности развития восприятия младших школьников. Особенности развития памяти младших школьников. Особенности развития мышления младших школьников. Особенности развития воображения младших школьников. Особенности развития речи младших школьников.
З2 требования федерального государственного образовательного станда рта начального общего	ФГОС НОО: системно-деятельностный подход в об учении математике, требования к

образования и примерные основные образовательные программы начального общего образования;	результатам освоения основной образовательной программы начального общего образования: личностным, метапредметным, предметным с учётом специфики содержания математики. Основные задачи реализации курса математики в начальной школе. Организация внеурочной деятельности по математике
33 программы и учебно-методические комплекты, необходимые для осуществления образовательного процесса по основным образовательным программам начального общего образования;	Примерная программа по математике. Рабочая программа по математике
34 вопросы преемственности образовательных программ дошкольного и начального общего образования;	Обеспечение преемственности в математическом образовании дошкольного, начального и основного общего образования: цели, принципы, содержание, методы, средства и формы обучения.
35 воспитательные возможности урока в начальной школе;	Основные воспитательные функции предмета математики. Отбор содержания урока математики. Формирование личностных УУД на уроке математики.
36 методы и приемы развития мотивации учебно-познавательной деятельности на уроках по математике;	Причины спада школьной мотивации. Развитие познавательного интереса. Роль этапа целеполагания урока для формирования положительной мотивации учебно-познавательной деятельности. Развивающее обучение. Роль оценочной деятельности учителя в формировании положительной учебной мотивации. Психологическая атмосфера урока. Педагогическая поддержка. Дифференцированное обучение. Создание ситуации успеха на уроке. Проектная деятельность и её роль в повышении мотивации.
37 особенности одаренных детей младшего школьного возраста и детей с проблемами в развитии и трудностями в обучении;	Понятие «одарённость», «одарённый ребёнок». Категории одарённых детей. Одарённые дети младшего школьного возраста. Одаренные дети: психологические проблемы развития, обучения и воспитания. Проблемы диагностики одаренности. Некоторые психологические особенности одаренных детей. Роль семьи и родительского отношения в жизни одаренного ребенка. Особенности развития одаренных мальчиков и девочек. Основные проблемы одаренных детей. Принципы построения программ для одаренных детей. http://www.hi-edu.ru/e-books/xbook658/01/part-007.htm Определение понятия «трудность». Классификация, причины трудностей.
38 основы построения коррекционно-развивающей работы с детьми, имеющими трудности в обучении;	Основные направления коррекционной работы: 1.Совешенствование движений и сенсорного развития:

	- развитие мелкой моторики кисти и пальцев рук; - развитие навыков каллиграфии; -артикуляционной моторики. 2.Коррекция отдельных сторон психической деятельности: - развитие зрительного восприятия и узнавания; - развитие зрительной памяти и внимания; - формирование обобщенных представлений о свойствах предметов (цвет, форма, величина); - развитие пространственных представлений и ориентации; - развитие представлений о времени; - развитие слухового внимания и памяти; - развитие фонетико-фонематических представлений, формирование звукового анализа. 3.Развитие основных мыслительных операций: - формирование навыков соотносительного анализа; - развитие навыков группировки и классификации; -формирование умения работать по словесной и письменной инструкции, алгоритму; -формирование умения планировать свою деятельность; - развитие комбинаторных способностей. 4.Развитие различных видов мышления: - развитие наглядно-образного мышления; - развитие словесно-логического мышления (умение видеть и устанавливать логические связи между предметами, явлениями, событиями). 5. Коррекция нарушений в развитии эмоционально-личностной сферы (релаксационные упражнения для мимики лица, драматизация, чтение по ролям и др.) 6. Развитие речи, владение техникой речи. 7. Расширение представлений об окружающем мире и обогащение словаря. 8. Коррекция индивидуальных пробелов в знаниях
39 основы обучения и воспитания одаренных детей;	Основные подходы к обучению и воспитанию одаренных детей. Два подхода к построению образовательных программ для одаренных детей: первый связан с ускорением процесса обучения; второй подход связан с изменением содержания обучения в сторону его обогащения. Образовательно-развивающие программы как возможность осуществления целостного подхода к обучению и развитию одарённых детей (программы создаваемые на

	основе теории развивающего обучения Д. Б. Эльконина – В. В. Давыдова)
З10 основные виды ТСО и их применение в образовательном процессе;	Основные виды ТСО и их характеристика. Методика использования экранно-звуковых средств в обучении детей.
З11 содержание учебного предмета математики в объеме, достаточном для осуществления профессиональной деятельности, и методику её преподавания:	
З12 требования к содержанию и уровню подготовки обучающихся;	Требования к содержанию и уровню подготовки обучающихся.
З13 методы и методики педагогического контроля результатов учебной деятельности обучающихся по математике;	Функции контроля. Примерная схема планирования тематического контроля по математике. Классификация контроля. Методы контроля знаний учащихся. Формы контроля.
З14 методику составления педагогической характеристики ребенка;	Схема изучения и составления психолого-педагогической характеристики учащегося. Методики изучения личности ученика (определение темперамента ученика, характер и особенности учебных интересов и склонностей ученика, особенности самооценки школьника, изучение читательских интересов учащихся, внимание ученика на уроке, исследование временной динамики устойчивости внимания методом корректурной пробы, наблюдение и анализ умственной деятельности учащихся на уроке, протекание процесса обобщения, исследование опосредованного запоминания (по Л. С. Выготскому), выявление уровня сформированности логической памяти, степени владения обобщающими понятиями и умения планировать свои действия, определения типа памяти, наблюдение за восприятием и эмоционально-волевой сферой личности учащихся на уроке.
З15 основы оценочной деятельности учителя начальных классов, критерии выставления отметок и виды учета успеваемости обучающихся;	Особенности оценочной деятельности в современной школе. Функции оценивания. Принципы оценивания. Оценка планируемых результатов. Внутренняя и внешняя оценка. Положение о системе оценок, формах и порядке промежуточной аттестации обучающихся уровня начального общего образования.
З16 педагогические и гигиенические требования к организации обучения на уроках;	Требования к ресурсному обеспечению образовательной деятельности младших школьников Гигиенические требования к организации учебной деятельности младших школьников
З17 логику анализа уроков; Ведущие аспекты анал	за урока

Ведущие аспекты анализа урока	**Содержание наблюдения**
Дидактическая задача урока (краткий оценочный анализ)	1. Соответствие дидактической задачи урока отобранному содержанию. 2. Результативность решения дидактической задачи

<table>
<tr><td></td><td>
<table>
<tr><td>Содержание урока</td><td>Соответствие основного содержания урока содержанию программы и учебника</td></tr>
<tr><td>Методы обучения</td><td>Соответствие приемов обучения и учения (методов обучения) решению триединой образовательной цели</td></tr>
<tr><td>Формы обучения</td><td>1. Соответствие форм обучения (фронтальная, групповая, индивидуальная, коллективная) решению основной дидактической задачи урока.
2. Целесообразность использования предложенных заданий</td></tr>
<tr><td>Результативность урока</td><td>Достижение цели и решение основной дидактической задачи урока</td></tr>
<tr><td>Практическая направленность урока</td><td>Практическая направленность вопросов, упражнений и задач, предлагаемых для выполнения школьникам</td></tr>
<tr><td>Самостоятельная работа школьников как форма организации учебной деятельности</td><td>1. Уровень самостоятельности школьников при решении дидактической задачи урока
2. Характер самостоятельной учебной деятельности (репродуктивный, творческий)
3. Взаимопомощь</td></tr>
<tr><td>Формирование универсальных учебных действий на каждом этапе урока</td><td>Личностные, познавательные, коммуникативные, регулятивные</td></tr>
<tr><td>Формирование ИКТ-компетентности</td><td>Применение ИКТ на уроке, уровень сформированности ИКТ компетентности учащихся</td></tr>
<tr><td>Структура урока</td><td>Соответствие структуры урока основной дидактической задаче</td></tr>
<tr><td>Педагогический стиль</td><td>Соблюдение норм педагогической этики</td></tr>
<tr><td>Гигиенические требования</td><td>Температурный режим, проветривание класса, чередование видов деятельности, динамические паузы</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>318 виды учебной документации, требования к ее ведению и оформлению.</td><td>Основная образовательная программа начального общего образования должна содержать три раздела: целевой, содержательный и организационный.
Целевой раздел определяет общее назначение, цели, задачи и планируемые результаты реализации основной образовательной программы начального общего образования, а также способы определения достижения этих целей и результатов.
Целевой раздел включает:
– пояснительную записку;
– планируемые результаты освоения обучающимися основной образовательной программы начального общего образования;
– систему оценки достижения планируемых результатов освоения основной образовательной программы начального общего образования.
Содержательный раздел определяет общее содержание начального общего образования и включает следующие программы, ориентированные на достижение личностных, предметных и метапредметных результатов:
– программу формирования универсальных учебных действий у обучающихся при получении начального общего образования;
– программы отдельных учебных предметов, курсов и курсов внеурочной деятельности;</td></tr>
</table>

	программу духовно-нравственного развития, воспитания обучающихся при получении начального общего образования; – программу формирования экологической культуры, здорового и безопасного образа жизни; – программу коррекционной работы. Организационный раздел определяет общие рамки организации образовательной деятельности, а также механизмы реализации основной образовательной программы. Организационный раздел включает: – учебный план начального общего образования; – план внеурочной деятельности, календарный учебный график; – систему условий реализации основной образовательной программы в соответствии с требованиями Стандарта.
Формируемые компетенции	
ОК1 Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	
ОК2 Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	
ОК3 Оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях	
ОК4 Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	
ОК5 Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.	
ОК6 Работать в коллективе и команде, взаимодействовать с руководством, коллегами и социальными партнерами.	
ОК7 Ставить цели, мотивировать деятельность обучающихся, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за качество образовательного процесса.	
ОК8 Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	
ОК9 Осуществлять профессиональную деятельность в условиях обновления ее целей, содержания, смены технологий	
ОК10 Ос уществлять п рофилактику	

травматизма, обеспечивать охрану жизни и здоровья детей	
ОК11 Строить профессиональную деятельность с соблюдением правовых норм, ее регулирующих	
ПК	
ПК 1.1.Определять цели и задачи, планировать уроки.	
ПК 1.2. Проводить уроки.	
ПК 1.3. Осуществлять педагогический контроль, оценивать процесс и результаты обучения.	
ПК 1.4. Анализировать уроки.	
ПК 1.5.Вести документацию, обеспечивающую обучение по образовательным программам начального общего образования.	
ПК 2.1. Определять цели и задачи внеурочной деятельности и общения, планировать внеурочные занятия.	
ПК 2.2. Проводить внеурочные занятия.	
ПК 2.3. Осуществлять педагогический контроль, оценивать процесс и результаты деятельности обучающихся.	
ПК 2.4. Анализировать процесс и результаты внеурочной деятельности и отдельных занятий	
ПК 2.5.Вести документацию, обеспечивающую организацию внеурочной деятельности и общения обучающихся.	
ПК 3.1. Проводить педагогическое наблюдение и диагностику, интерпретировать полученные результаты.	
ПК 3.2.Определять цели и задачи, планировать внеклассную работу.	
ПК 3.3. Проводить внеклассные мероприятия.	
ПК 3.4. Анализировать процесс и результаты проведения внеклассных мероприятий	
ПК 3.5. Определять цели и задачи, планировать работу с родителями.	
ПК 3.6. Обеспечивать взаимодействие с родителями учащихся при решении задач обучения и воспитания.	
ПК 3.7. Анализировать результаты работы с родителями.	
ПК 3.8. Координировать деятельность работников образовательной организации, работающих с классом.	
ПК 4.1. Выбирать учебно-методический комплект, разрабатывать учебно-методические материалы (рабочие программы, учебно-тематические планы) на основе федерального государственного образовательного стандарта и	

примерных основных образовательных программ с учетом типа образовательной организации, особенностей класса/группы и отдельных обучающихся.	
ПК 4.2. Создавать в кабинете предметно-развивающую среду.	
ПК 4.3. Систематизировать и оценивать педагогический опыт и образовательные технологии в области начального общего образования на основе изучения профессиональной литературы, самоанализа и анализа деятельности других педагогов.	
ПК 4.4. Оформлять педагогические разработки в виде отчетов, рефератов, выступлений	
ПК 4.5. Участвовать в исследовательской и проектной деятельности в области начального общего образования.	

6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости

Тема1.1. Множества и операции над ними

1. Контрольные вопросы для проведения устных и письменных опросов:

1) Что такое множество?
2) Как множества задаются?
3) Как определить, принадлежит ли элемент множеству или нет?
4) Каким символом обозначается принадлежность, непринадлежность элемента множеству?
5) Чем характеризуется множество с позиции количества элементов?
6) Как принято обозначать характеристику, связанную с количеством элементов множества?
7) На какие классы подразделяются множества по количеству элементов?
8) Что такое универсальное множество?
9) Какие отношения между двумя множествами существуют?
10) Как задаются отношения между двумя множествами?
11) Какие условные записи соответствуют отношениям между двумя множествами?
12) Какие существуют операции над множествами?
13) Как определяются операции над множествами?
14) Какими символами обозначаются операции над множествами?
15) Какими характеристическими свойствами обладают множества, полученные в результате различных операций?
16) Какими свойствами обладают операции над множествами?

2. Типовые задания для проверки знаний студентов по теме

I тип. Способы задания множеств. Принадлежность элементов множеству. Мощность множеств.

Задача 1. Определить способ задания множества A = {x | x – буква английского алфавита}. Перейти к другому способу задания множества, если это возможно. Определить мощность множества. Определить, принадлежат ли элементы данному множеству: g, ж, 256, ~, =, t,q, ю, т, -5.

Задача 2. Определить способ задания множества A = {x | x – натуральное число}. Перейти к другому способу задания множества, если это возможно. Определить мощность множества. Определить, принадлежат ли элементы данному множеству: g, ж, 256, ~, =, t,q, ю, т, -5.

Задача 3. Определить способ задания множества A = {Январь, Февраль, Март, Апрель, Май, Июнь, Июль, Август, Сентябрь, Октябрь, Ноябрь, Декабрь}. Перейти к другому способу задания множества, если это возможно. Определить мощность множества. Определить, принадлежат ли элементы данному множеству: среда, Март, 165, *, ф, зима, Август, 3,14.

II тип. Отношение между множествами

Задача 1. Определить, о каком отношении между множествами идет речь. Записать отношения между множествами с помощью условных записей. Изобразить отношения между множествами с помощью кругов Эйлера-Венна.

а) А – множество людей, живущих в Европе, В – множество европейцев;

a) С – множество голубоглазых людей, D – кареглазых млекопитающих;

b) G – множество атмосферных осадков, H – множество автомобилей;

c) I – множество студентов, J – множество спортсменов.

Задача 2. Сравнить множество А со множествами B, C, D. Если множества пересекаются, найти их пересечение. Для данного множества найти универсальное множество. Изобразить отношения между множествами с помощью кругов Эйлера-Венна.

А – розы, фиалки, гладиолусы, камелии, В – георгины, лилии, С – гладиолусы, фиалки, D – гвоздики, розы, ирисы, тюльпаны.

III тип. Операции над множествами

Задача 1. Найти множество, являющееся пересечением множеств А={д, е, ф, ж, в, г, п, с} и В={а, б, г, и, к, л. ж о} и мощность найденного множества. Построить диаграммы Эйлера-Венна.

Задача 2. Найти множество, являющееся объединением множеств A={h, l, m, p, q} и B={l, p, o, g, t, s, h} и мощность найденного множества. Найти универсальное множество для множеств A и B. Построить диаграммы Эйлера-Венна.

Задача 3. Найти множество, являющееся разностью множеств A={a, b, c, d, e, f, g} и B={h, i, j, a, k, l, f} и мощность найденного множества. Найти универсальное множество для множеств A и B. Построить диаграммы Эйлера-Венна.

Задача 4. Даны множества A = {10, 26, 17, 34, 56, 84} и B = {2, 4, 28, 46}. В результате каких операций над множествами A и B получены множества

C={10, 26, 17, 34, 56, 84, 2, 4, 28, 46}, D – все натуральные числа, E={},

F={10, 26, 17, 34, 56, 84},G = {2, 4, 28, 46}.

IV тип. Доказательство свойств операций над множествами

Задача 1. Доказать следующие свойства операций над множествами, записать названия свойств:

а) $A \cup B = B \cup A$;

б) $A \cap B = B \cap A$;

в) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

Задача 2. Доказать следующие законы теории множеств, записать названия законов:

а) $A \cap (A \cup B) = A$;

б) $A \cap A = A$.

Задача 3. Доказать следующие свойства разности множеств:

а) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$;

б) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$;

в) $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$;

V тип. Задания на разбиение множеств. Классификация. Переход от одного способа задания множества к другому

Задача 1. Определить основание классификации. Проверить, является ли классификация правильной, если нет – найти ошибку.

а) Зима, весна, лето, осень

б) Понедельник, вторник, четверг, суббота

Задача 2. Переход к другому способу задания множества.

Каким способом следует задать множество в следующих ситуациях:

а) Замечание тренера: «При температуре ниже -200С не следует кататься на лыжах».

б) Преподаватель сообщает студентам: «В течение педагогической практики вы должны будете провести внеклассное мероприятие для учащихся старших классов».

Задача 3. Исключите лишние элементы:

а) Белка, утка, лебедь, пеликан

б) Я, п, д, t, ъ,э

в) Бег, плавание, езда на велосипеде, лыжи

г) 126, 843, 711, 163, 540

Задача 4. В видеотеке ОРТ имеется 1000 фильмов российского производства и 2000 фильмов американского производства. А всего в видеотеке 2350 фильмов. Сколько фильмов только российского, только американского и совместного производства имеется в видеотеке ОРТ?

3). Практические работы

Практическое занятие № 1. **Понятие множества и элемента множества. Способы задания множеств. Отношения между множествами.**

Задание № 1. Прочитайте басню И. Крылова «Квартет»

Проказница-Мартышка,
Осел,
Козел
Да косолапый Мишка
Затеяли сыграть Квартет.
Достали нот, баса, альта, две скрипки
И сели на лужок под липки, -
Пленять своим искусством свет.
Ударили в смычки, дерут, а толку нет.
"Стой, братцы, стой! — кричит Мартышка. -
Погодите!

Как музыке идти? Ведь вы не так сидите.
Ты с басом, Мишенька, садись против альта,
Я, прима, сяду против вторы;
Тогда пойдет уж музыка не та:
У нас запляшут лес и горы!"
Расселись, начали Квартет;
Он все-таки на лад нейдет.
"Постойте ж, я сыскал секрет? -
Кричит Осел, — мы, верно, уж поладим,
Коль рядом сядем".
Послушались Осла: уселись чинно в ряд;
А все-таки Квартет нейдет на лад.
Вот пуще прежнего пошли у них разборы
И споры,
Кому и как сидеть.
Случилось Соловью на шум их прилететь.
Тут с просьбой все к нему, чтоб их решить сомненье.
"Пожалуй, — говорят, — возьми на час терпенье,
Чтобы Квартет в порядок наш привесть:
И ноты есть у нас, и инструменты есть,
Скажи лишь, как нам сесть!" -
"Чтоб музыкантом быть, так надобно уменье
И уши ваших понежней, -
Им отвечает Соловей, -
А вы, друзья, как ни садитесь;
Всё в музыканты не годитесь".

Назовите и запишите множество зверей из басни И.А. Крылова «Квартет», используя способ:

а) перечисления элементов;

б) задания характеристического свойства.

Принадлежит ли Соловей этому множеству?

Задание № 2. Приведите примеры множеств, элементами которых являются:

а) неодушевленные предметы,

б) геометрические фигуры,

в) животные,

г) растения.

Задание № 3. Задайте множество с помощью перечисленных элементов:

X={x/x N, 0 x 4}
X={x/x N, -2 x 6}
X={x/x Z, -3 x 5}

Задание № 4. В данном множестве все элементы, кроме одного, обладают некоторым свойством. Опишите это свойство и найдите элемент, не обладающий им: а) { треугольник, квадрат, трапеция, круг, правильный шестиугольник }; б) { лев, лисица, гиена, слон, рысь }; в) { бежать, смотреть, синий, знать, читать }; г) {2, 6, 15, 84, 156}; д) {1, 9, 67, 81, 121}.

Задание № 5. Объясните, с какими способами задания множеств встречаются младшие школьники при решении задачи:

А) Запиши все однозначные числа. Увеличь каждое из них на 8.

Б) Запиши по порядку числа от 0 до 50, которые делятся на 4 без остатка.

Задание № 6. С какими теоретико-множественными понятиями (способ задания множества принадлежность элемента множеству) связано выполнение учащимися начальных классов задания:

а) Какое число пропущено в ряду чисел: 90, 80, 70, 60, 40, 30, 20, 10?

б) Назови три числа, при делении которых на 5 в остатке получается 2.

Задание № 7. Приведите примеры множеств A, B, C, если отношения между ними таковы:

4). Домашнее задание

Вариант 1

1.Определить способ задания множества A={x | x – символ арифметической операции}. Перейти к другому способу задания множества, если это возможно. Определить мощность множества. Определить, принадлежат ли элементы данному множеству: a, =, 12, +, h, t, :

2.Определить, о каком отношении между множествами идет речь. Записать отношения между множествами с помощью условных записей. Изобразить отношения между множествами с помощью кругов Эйлера-Венна:A – множество спортсменов, B – множество бегунов.

3 .Найти множество, являющееся пересечением множеств A = { ⊂ , ⊆ , =, ∪ , ∩ } и B = { ∪ ,∩ , \} и мощность найденного множества. Построить диаграммы Эйлера-Венна.

4.Доказать свойство операций над множествами, записать названиесвойства

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Вариант 2

1 .Определить способ задания множества A={∩, U , \}. Перейти к другому способу задания множества, если это возможно. Определить мощность множества.

Определить, принадлежат ли элементы данному множеству: б, д, 136, -28, =, ∩, ⇔ .

2 .Определить, о каком отношении между множествами идет речь. Записать отношения между множествами с помощью условных записей. Изобразить отношения между множествами с помощью кругов Эйлера-Венна: А – множество крокодилов, В – множество аллигаторов.

3 .Найти множество, являющееся объединением множеств А = {рубль, доллар, евро}и В = {марка, йена, эскудо}, и мощность найденного множества. Найти универсальное множество для множеств А и В. Построить диаграммы Эйлера-Венна.

4.Доказать следующий закон теории множеств, записать название закона: $A \cup A = A$.

Вариант 3

1. Определить способ задания множества A={x | x – операции между множествами}. Перейти к другому способу задания множества, если это возможно. Определить мощность множества. Определить, принадлежат ли элементы данному множеству: ~, ⊂ , =, д, f, №, 248.
2. Определить, о каком отношении между множествами идет речь. Записать отношения между множествами с помощью условных записей. Изобразить отношения между множествами с помощью кругов Эйлера-Венна: А – множество учителей, В – множество специалистов по географии.
3. Найти множество, являющееся разностью множеств А = {чашки, тарелки, блюдца} и В = {супницы, стаканы, чайники, блюдца}, и мощность найденного множества. Найти универсальное множество для множеств А и В. Построить диаграммы Эйлера-Венна.
4. Доказать следующий закон теории множеств, записать название закона: $A \cup (A \cap B) = A$.

Вариант 4

1. Определить способ задания множества A={красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый}. Перейти к другому способу задания множества, если это возможно. Определить мощность множества. Определить, принадлежат ли элементы данному множеству: 5486, -, &, ∨ , синий, фиолетовый.
2. Определить, о каком отношении между множествами идет речь. Записать отношения между множествами с помощью условных записей. Изобразить отношения между множествами с помощью кругов Эйлера-Венна: А – множество видов общественного транспорта, В – множество грузовиков.
3. Найти множество, являющееся разностью множеств В = {Пролог, Фортран, Алгол, Паскаль, Си} и А = {Паскаль, Си, Ассемблер}, и мощность найденного

множества. Найти универсальное множество для множеств A и B. Построить диаграммы Эйлера-Венна.

4. Доказать свойство операций над множествами, записать название свойства $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

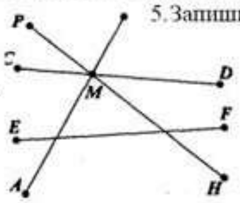
Карточки с домашним заданием

1) Понятие множества и элемента множества

Домашнее задание.

1. Назовите по три элемента множества: учебных предметов; четных натуральных чисел; четырехугольников.
2. Запишите, используя символы: 14 – натуральное; - 7 – не натуральное; 0 – рациональное; $-\sqrt{7}$ – действительное.
3. Прочитайте следующие высказывания и укажите среди них верные: $100 \in N$; $-8 \in Z$; $-12 \notin N$; $5{,}36 \in Q$; $102 \notin R$; $\sqrt{2} \in Q$; $-7{,}3 \in R$; $\frac{3}{4} \in N$; $0 \in N$

4. M – множество точек окружности, изображенной на рисунке. Прочитайте следующие предложения и укажите среди них верные: а) $A \in M$; б) $O \in M$; в) $B \in M$; г) $C \notin M$. Как изменить условие задачи, чтобы все утверждения верными?



5. Запишите с помощью знаков $\in$ и $\notin$, какие из отрезков AB, CD, EF и PH проходят через точку M, а какие через нее не проходят.
6. P - множество натуральных чисел, больших 7 и меньше 14. Выясните, какие из чисел 13, 10, 5, 7, 14 ему принадлежат, а какие не принадлежат. Ответ запишите, используя знаки $\in$ и $\notin$.
7. Даны числа: 0; 7; - 3,8; - 17; 325; $\sqrt{5}$; - 0,64; π . Установите, какие из них: натуральные; целые; рациональные; действительные.

2) Способы задания множеств

Домашнее задание.

1. Запишите с помощью знака равенства и фигурных скобок предложения:
   а) X- множество чисел 0,1,2, 3, 4, 5; б) Y- множество букв а, Ь, с.
2. Запишите, используя символы, множество P, если оно состоит из натуральных чисел:
   а) больших 100, но меньших 200; б) меньших 150.
3. Перечислите элементы следующих множеств:
   A - четные однозначные числа; B - натуральные числа меньшие 20; C - двузначные числа, делящиеся на 10.
4. Укажите характеристическое свойство элементов множества:
   а) {а, е, ё, и, о, у, э, ю, я, ы}; б) {78,76,74,72,70}; в) {111,222, 333,444, 555,666,777,888,999}.
5. Изобразите на координатной прямой множество решений неравенства, если x - действительное число:
   а) $x>5$; б) $x<-3{,}8$; в) $-4{,}5<x<4$; г) $2{,}7<x<9$.
6. Задайте при помощи характеристического свойства множества, выделенные штриховкой на координатной прямой.

7. Запишите при помощи символов задание множеств по два любого раздела алгебры, геометрии и истории.
8. Запишите при помощи символов задание множеств по два любого раздела алгебры, геометрии и истории при помощи характеристических свойств.
9. Множество C состоит из квадрата, круга и треугольника. Принадлежат ли этому множеству диагональ квадрата и центр круга?

3) Отношения между множествами

Домашнее задание.

1. Даны два множества: X = {2, 4, 6} и У={0, 2, 4, 6, 8}. Верно ли что: а) множества X и Y пересекаются; б) множество X является подмножеством множества Y; в) множество P = {4, 0, 6, 8, 2} равно множеству Y?
2. Известно, что элемент a содержится в множестве A и в множестве B. Следует ли из этого, что $A \subset B$; $B \subset A$; $A=B$.
3. Изобразите при помощи кругов Эйлера отношения между множествами C и O, если:
   а) C - множество двузначных чисел, O = {3,43, 34, 56, 103};
   б) C - множество двузначных чисел, O - множество четных натуральных чисел;
   в) C - множество двузначных чисел, O - множество трехзначных чисел;
   г) C - множество двузначных чисел, O - множество натуральных чисел, не меньших 10.
4. Какое из данных множеств является подмножеством другого:
   а) A - натуральные числа, кратные 2; B - натуральные числа, кратные 6; C - натуральные числа, кратные 3.
   б) A - треугольники; B - прямоугольные треугольники, C - остроугольные треугольники.
5. Из множества K = {216, 546, 153, 171, 234} выпишите числа, которые: а) делятся на 3; б) делятся на 9; в) не делятся на 4; г) не делятся на 5. Есть ли среди полученных подмножеств такое, которое равно множеству K.
6. Изобразите при помощи кругов Эйлера отношения между всеми известными четырехугольниками.
7. Вспомните по два примера отношений между различными множествами из алгебры, геометрии и истории и изобразите их при помощи символики или кругов Эйлера.

4) Пересечение множеств

Домашнее задание:

1. Сформулируйте условия, при которых истинны следующие утверждения: а) $5 \in A \cap B$; б) $7 \notin A \cap B$.
2. Известно, что $x \in A$. Следует ли из этого, что $x \in A \cap B$
3. Известно, что $x \in A \cap B$. Следует ли из этого, что $x \in A$.
4. Найдите пересечение множеств A и B, если:
   а) A = {a, b, c, d, e, f}, B = {b, e, f, k};
   б) A = {26, 39, 5, 58, 17, 81}, B = {17, 26, 58};
   в) A = {26, 39, 5, 58, 17, 81}, B = {17, 26, 58, 5, 39, 81}.
5. Начертите два треугольника так, чтобы их пересечением: а) был треугольник; б) был отрезок; в) была точка.
6. Используя координатную прямую, найдите пересечение множеств решений неравенств, в которых x - действительное число:

   а) $x > -2$ и $x > 0$

   б) $x > -3{,}7$ и $x \leq 4$

   в) $x \geq 5$ и $x < -7{,}5$

   г) $-2 < x < 4$ и $x \geq -1$

   д) $-7 \leq x \leq 5$ и $-6 \leq x \leq 2$
7. Начертите две фигуры, принадлежащие пересечению множеств C и O, если C – множество ромбов, а O – множество прямоугольников.
8. Из каких элементов состоит пересечение множества букв в слове «математика» и множества букв в слове «геометрия»?
9. Придумайте по два примера на пересечение множеств из алгебры, геометрии и истории.
10. M - множество однозначных чисел, P - множество нечетных натуральных чисел. Из каких чисел состоит пересечение данных множеств? Содержатся ли в нем числа -7 и 9?
11. A - множество точек окружности, B - множество точек прямой. Из скольких элементов может состоять пересечение данных множеств? Может ли оно быть пустым?
12. Начертите две фигуры, принадлежащие пересечению множеств C и O если C – множество равнобедренных треугольников, а O – множество прямоугольных треугольников.

5) Объединение множеств

Домашнее задание.

1. Сформулируйте условия, при которых истинны следующие утверждения: а) $5 \in A \cup B$; б) $7 \notin A \cup B$..
2. Известно, что $x \in A$. Следует ли из этого: $x \in A \cup B$.
3. Известно, что $x \in A \cup B$. Следует ли из этого, что $x \in A$.
4. Найдите объединение множеств А и В, если:
   а) A = {a, b, c, d, e, f}, B = {b, e, f, k};
   б) A = {26, 39, 5, 58, 17, 81}, B = {17, 26, 58};
   в) A = {26, 39, 5, 58, 17, 81}, B = {17, 26, 58, 5, 39, 81}.
5. Используя координатную прямую, найдите объединение множеств решений неравенств, в которых х – действительное число:

   а) $x > -2$ и $x > 0$

   б) $x > -3{,}7$ и $x \le 4$

   в) $x \ge 5$ и $x < -7{,}5$

   г) $-2 < x < 4$ и $x \ge -1$

   д) $-7 \le x \le 5$ и $-6 \le x \le 2$
6. Начертить две фигуры, принадлежащие объединению множеств С и О, если С - множество ромбов, О - множество прямоугольников.
7. Назовите все множества, о которых идет речь в задаче:
   а) У школы посадили 4 липы и 3 березы. Сколько всего деревьев посадили у школы?
   б) У Коли было 6 книг. В день рождения ему подарили еще 4 книги. Сколько книг стало у Коли?

1.Из каких элементов состоит объединение множества букв в слове «математика» и множества букв в слове «геометрия»?

2.Придумайте по два примера на объединение множеств из алгебры, геометрии и истории.

3. М - множество однозначных чисел, Р - множество нечетных натуральных чисел. Из каких чисел состоит объединение данных множеств? Содержатся ли в нем числа -7 и 9?

4. А - множество точек окружности, В - множество точек прямой. Из скольких элементов может состоять объединение данных множеств? Может ли оно быть пустым?

5.Начертите две фигуры, принадлежащие объединению множеств С и О если С – множество равнобедренных треугольников, а О – множество прямоугольных треугольников.

6) Свойства пересечения и объединения множеств

Домашнее задание:

1. Известно, что $x \in A \cap B$. Следует ли из этого: а) $x \in B \cap A$; б) $x \in A \cup B$; с) $x \in B \cup A$.
2. Определите порядок выполнения действий: а) $A \cup B \cup C$; б) $A \cap B \cap C$; в) $A \cap B \cup C \cap Д$; г) $A \cup B \cap C \cup Д$.
3. Даны множества: А - натуральных чисел, кратных 2; В - натуральных чисел, кратных 3; С - натуральных чисел, кратных 5.
   а) Изобразите при помощи кругов Эйлера данные множества и отметьте штриховкой область, изображающую множество $A \cap B \cup C$.
   б) Сформулируйте характеристическое свойство элементов этого множества и назовите 3 элемента, которые ему принадлежат.
   в) Верно ли, что $A \cap B \cup C = (A \cup B) \cap (A \cup C)$?
4. Даны множества: Х - двузначных чисел, У- четных натуральных чисел, Р - натуральных чисел, кратных 4.
   а) Укажите характеристическое свойство элементов каждого из множеств А и В, если $A = X \cap Y \cap P$, $B = X \cap (Y \cap P)$.
   б) Изобразите множества X, Y и Р при помощи кругов Эйлера и покажите области, представляющие множества А и В (для каждого случая выполните отдельный рисунок).
   в) Верно ли, что $24 \in A$; $23 \in B$?
5. А - множество треугольников, В - множество ромбов, С - множество многоугольников, имеющих угол 60°. Укажите характеристическое свойство элементов множества $X = A \cap C \cup B \cap C$ и начертите две фигуры, принадлежащие множеству Х.
6. Верно ли, что если $A \subset B$, то $A \cap B = A$ и $A \cup B = B$.
7. Проиллюстрировать свойства дистрибутивности, используя круги Эйлера.
8. Постройте три круга, представляющие попарно пересекающиеся множества А, В и С, и отметьте штриховкой области, изображающие множества: а) $A \cap B \cap C$; б) $A \cup B \cup C$; в) $(A \cap B) \cup C$; г) $(A \cup B) \cap C$; д) $A \cup B \cap C$; е) $(A \cup C) \cap (B \cup C)$. Для каждого случая сделайте отдельный рисунок. Найдите выражения, которые представляют собой равные множества.
9. Докажите, что для любого множества А верны равенства: а) $A \cap \varnothing = \varnothing$; б) $A \cup \varnothing = A$; в) $A \cap A = A$; г) $A \cup A = A$.

7) Вычитание множеств. Дополнение множества

Домашнее задание:

1. Сформулируйте условия, при которых истинны следующие утверждения: а) $5 \in A \setminus B$; б) $7 \notin A \setminus B$.
2. Известно, что $x \in A \setminus B$. Следует ли из этого: $x \in A$ и $x \in B$.
3. Найдите разность множеств A и B, если
   а) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$; б) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \varnothing$;
   в) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$; г) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{6, 2, 3, 4, 5, 1\}$.
4. Даны множества: A - натуральных чисел, кратных 3, B - натуральных чисел, кратных 9.
   а) Сформулируйте характеристическое свойство элементов множества B'_A
   б) Верно ли, что $123 \in B'_A$, а $333 \notin B'_A$
5. Найдите дополнение множества Y до множества X, если:
   а) X - множество точек прямой AB, Y- множество точек отрезка AB;
   б) X - множество точек квадрата, Y - множество точек круга, вписанного в этот квадрат;
6. Из каких чисел состоит дополнение:
   а) множества натуральных чисел до множества целых;
   б) множества рациональных чисел до множества действительных.
7. A - множество натуральных чисел, кратных 7, B - множество натуральных чисел, кратных 3, C - множество четных натуральных чисел. Из каких чисел состоят множества:
   а) $(A \cap B) \setminus C$; б) $(A \cup B) \setminus C$; в) $A \cap C \setminus B$; г) $C \cup B \setminus A$.
8. Найдите дополнение множества Y до множества X, если X - множество прямоугольников, Y- множество квадратов.
9. Из каких чисел состоит дополнение:
   а) множества целых чисел до множества рациональных;
   б) множества действительных чисел до множества комплексных.
10. Придумайте по два примера дополнений одного множества до другого из алгебры, геометрии и истории.
11. При помощи кругов Эйлера постройте области, представляющие множества: $\cap \cup$
    а) $A \setminus (B \cup C)$; б) $(A \cup B) \setminus C$; в) $(A \setminus C) \cup (B \setminus C)$; г) $(A \setminus B) \cup (A \setminus C)$;
    д) $(A \setminus B) \cap C$; е) $(A \cap C) \setminus (B \cap C)$; ж) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$; з) $A \setminus (B \cap C)$.
    Среди построенных множеств найдите равные. Для каждого случая выполните отдельный рисунок.

8) Разбиение множества на классы

Домашнее задание:

1. Из множества $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ выделим подмножества: а) четных и нечетных чисел; б) чисел, кратных 2, кратных 3 и кратных 4; в) нечетных однозначных чисел и четных двузначных чисел. В каком случае произошло разбиение множества X на классы?
2. Из множества треугольников выделили подмножества: а) прямоугольные, равнобедренные, равносторонние; б) остроугольные, тупоугольные, прямоугольные; в) равносторонние, прямоугольные, тупоугольные.
   В каком случае произошло разбиение множества треугольников на классы?
3. На какие классы разбивается множество точек плоскости при помощи: а) окружности; б) круга; в) прямой?
4. Из множества четырехугольников выделили подмножество фигур с попарно параллельными сторонами. На какие классы разбивается множество четырехугольников с помощью свойства «иметь попарно параллельные стороны»? Начертите по два четырехугольника из каждого класса.
5. На множестве четырехугольников рассматриваются два свойства: «быть прямоугольником» и «быть квадратом». На какие классы разобьется множество четырехугольников при помощи этих свойств? Начертите по два четырехугольника из каждого класса. Изменится ли ответ в упражнении, если на множестве четырехугольников рассмотреть свойства: а) «быть прямоугольником» и «быть ромбом»; б) «быть прямоугольником» и «быть трапецией»?
6. Придумайте по два примера разбиения на классы из курса алгебры, геометрии и истории.

5) Самостоятельная работа № 1

Задание 1. Дано множество C={-4 $\frac{5}{8}$; -3; 0; $\frac{1}{6}$; 8,3; 9; 12}.

Выделите его подмножество, элементами которого являются:
а) натуральные числа;
б) целые числа;
в) четные натуральные числа;
г) целые неотрицательные числа;
д) целые числа, кратные 3;
е) положительные числа.

Задание 2. Известно, что D – множество деревьев в саду, F – множество фруктовых деревьев в этом саду, K – множество яблонь в этом саду. Установите, каковы отношения между парами этих множеств, если все они непусты. Изобразите множества D, F, K при помощи кругов Эйлера.

Задание 3. Даны множества A={a,b,c,d} и B={a,d,r,l,m}. Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$, A\B, B\A.

Задание 4. Перечислите элементы декартова произведения множеств A={1,3,5} и B={2,4,6,8}.

Задание 5. Даны множества: X – двузначных чисел, Y – четных натуральных чисел, P – натуральных чисел, кратных 4.
а) укажите характеристическое свойство элементов каждого из множеств A и B, если $A=X \cap Y \cap P$, $B=X \cap (Y \cup P)$.
б) изобразите множества, X,Y,P при помощи кругов Эйлера и покажите области, представляющие множества A и B (для каждого случая выполните отдельный рисунок).

Задание 6. A – множество натуральных чисел, кратных 7, B – множество натуральных чисел, кратных 3, C – множество четных натуральных чисел. Из каких чисел состоят множества:
а) $(A \cap B) \setminus C$;
б) $(A \cup B) \setminus C$;
в) $A \cap C \setminus B$;
г) $C \cup B \setminus A$;

Задание 7. Изобразите на координатной плоскости элементы множества X*Y, если
а) X={x | x ЄN, $3 \le x \le 6$}, Y={y | y ЄN, $2 \le y \le 4$};
б) X={x | x ЄN, $3 \le x \le 6$}, Y={y | y ЄN, $3 \le y \le 6$}.

Задание 8. Разбейте множество D={0,2,5,4,7,8,12,15} на четыре попарно-непересекающиеся множества.

Задание 9. Докажите, что для любых множеств A, B и C верно равенство
$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Задание 10. Изобразите следующие множества геометрически:
$A \cup B$, $A \cap B$, A\B, B\A, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$, $A \cup \overline{B}$, $\overline{A} \cap B$, если A=(1;3], B=[-2;2).

Задание 11. Из 170 спортсменов 70 занимаются футболом, 95 – хоккеем и 80 – теннисом. 30 занимаются и футболом, и хоккеем, 35 – и футболом, и теннисом, 15 – и хоккеем, и теннисом. 5 занимаются всеми 3 видами спорта. Сколько занимаются ровно 1 видом спорта?

Самостоятельная работа № 2

1. Объясните, с какими способами задания множеств встречаются младшие школьники при решении задачи:

А) Уменьши на 9 какое число: 18, 14, 15, 11, 13,

Б) Запиши все однозначные числа. Увеличь какое из них на 8.

В) Запиши по порядку числа от 0 до 50, которые делятся на 4 без остатка.

2. С какими теоретико-множественными понятиями (способ задания множества принадлежность элемента множеству) связано выполнение учащимися начальных классов задания:

а) Какое число пропущено в ряду чисел: 90, 80, 70, 60, 40, 30, 20, 10?

б) Проверь, будет ли верным неравенство Х * 3 < 25, если заполнить пропуск числами 0; 5; 8; 1; 9?

в) Назови три числа, при делении которых на 5 в остатке получается 2.

3. Приведите примеры (не менее трех заданий), при выполнении которых младший школьник по существу переходит от одного способа задания множества к другому.

Самостоятельная работа № 3

1. Установите, какое множество, является объединением других, рассматриваемых в следующих задачах:

а) Юннаты должны вскопать грядки в понедельник они вскопали 8 грядок, и им осталось вскопать еще 9. Сколько грядок они должны были вскопать?

б) Инна нашла 23 желудя, а Катя на 6 больше, чем Нина, Сколько желудей нашла Катя?

в) Пионеры посадили в парке 4 рада березок, по 5 в ряду. Сколько березок они посадили?

2. Установите, какое множество является дополнением одного множества до другого в каждой из предлагаемых задач:

а) Аня дала кролику 7 морковок. 2 он уже съел. Сколько морковок осталось?

б) В одной книжке 16 страниц, а в другой на 6 меньше. Сколько страниц во второй книжке?

3. О каких множествах и операциях над ними идет речь в следующих задачах:

а) Садовнику надо подрезать 16 тополей к 11 лип. Он подрезал 23 дерева, Сколько деревьев осталось ему подрезать?

б) В магазине было 27 шелковых платьев и 32 шерстяных, К концу дня осталось 18 платьев. Сколько платьев продали за день?

в) Бригаде строителей надо отремонтировать 18 домов. На одной улице они отремонтировали 6, а на другой 5 домов. Сколько домов осталось им отремонтировать?

г) Для детского сада купили 9 коробок цветных карандашей, по 6 штук в каждой, и 46 черных карандашей. Сколько всего карандашей купили?

Самостоятельная работа № 4

1. Покажите, что при выполнении нижеприведенных заданий ученики младших классов производят разбиение множества на классы:

а) Выпиши в одну строку однозначные, а в другую двузначные числа: 3, 10, 11, 30, 99, 7, 74, 58, 8, 0.

б) 12 карандашей раздали поровну 3 ученикам. Сколько карандашей у каждого?

в) В каждый стакан надо положить по 2 куска сахара. На сколько стаканов хватит 10 кусков сахара?

2. О каких множествах и действиях над ними идет речь в следующих задачах:

а) Девочка принесла в одном пакете 15 морковок, а в другом 21. Эти морковки она раздала поровну 9 кроликам. Сколько морковок она дала каждому кролику?

б) Ребята сделали 10 красных фонариков и 6 желтых. Из них они собрали гирлянды, по 8 фонариков в каждой. Сколько получилось гирлянд?

3. Покажите, что решение задач связано с разбиением заданного множества на попарно непересекающиеся подмножества:

а) 12 флажков пионеры раздали октябрятам, по 2 флажка каждому. Сколько октябрят получили флажки?

б) Для игры в волейбол 12 ребят разбились на 2 команды поровну. Сколько ребят стало в каждой команде?

4. О каких множествах и операциях над ними идет речь в задачах:

а) С одной грядки сняли 25 кочанов капусты, а с другой—15 кочанов. Всю эту капусту разложили в корзины, по 8 кочанов в каждую. Сколько потребовалось корзин?

б) Для школьного сада привезли 24 саженца яблонь. На одном участке пионеры посадили 6 саженцев, а на другом — остальные, в 3 ряда поровну. Сколько саженцев посадили в каждом ряду?

в) Для детского сада купили 9 коробок цветных карандашей, по 6 штук в каждой, и 46 черных карандашей. Сколько всего карандашей купили?

г) Марки, собранные для коллекции, Толя разместил на 3 листа альбома, по 6 штук на каждом листе. 4 из них Толя подарил другу. Сколько марок у него осталось?

Самостоятельная работа № 5

1.Покажите, что при решении нижеприведенных задач ученики находят, по существу, элементы декартова произведения множеств.

а) Запишите всевозможные двузначные числа, используя цифры 3 и 4.

б) Используя цифры 1, 5, 7 запиши три двузначных и три трехзначных числа.

2. Подберите задания из учебников начальной школы, где ученики находят, по существу, элементы декартова произведения множеств.

Самостоятельная работа № 5

1. Покажите, что при выполнении нижеприведенных заданий, младшие школьники по существу имеют дело с понятием подмножества.

а) Запиши по порядку числа от 10 до 19. Подчеркни и прочитай четные числа,

б) Назови пять однозначных чисел

в) Запиши числа от 8 до 29. Подчеркни те из них, которые делятся на 3 без остатка.

г) В русском алфавите 33 буквы, 10 из них гласные. Сколько других букв в алфавите?

д) Выпиши выражения, значение которых равно 8: 12-4, 36-30, 30-20-4: 40-30-2, 14-26-20), 15-(10-3).

2. 0 каком множестве и его подмножествах идет речь в следующих задачах:

а) На ветке было 13 слив, 3 сорвали. Сколько слив осталось?

б) С тарелки взяли 3 пирожка, осталось 6. Сколько пирожков было на тарелке?

3. Приведите примеры (не менее трех заданий из учебников математики для начальных классов), при выполнении которых учащиеся, по существу, оперируют понятием подмножества.

4. Установите, с какими теоретико-множественными понятиями встречаются учащиеся начальных классов, выполняя задания:

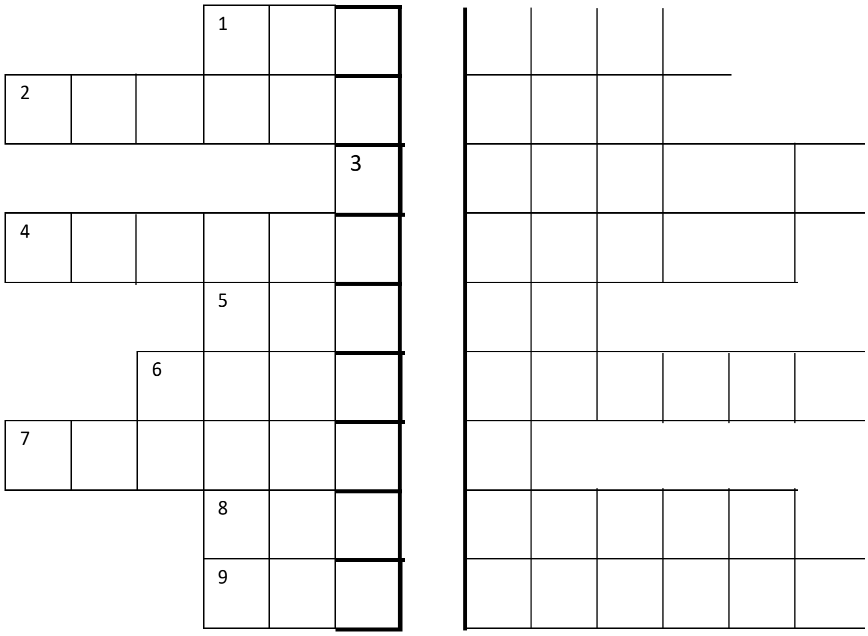
а) запиши по порядку числа от 10 до 19. Подчеркни и прочитай четные числа.

б) из ряда чисел от 1 до 20 выпиши по порядку числа, которые делятся без остатка на 5.

в) из чисел 27,45,38,62,53,72,8,48, выпиши те, которые при делении на 5 дают в остатке 3

6) Занимательные задания

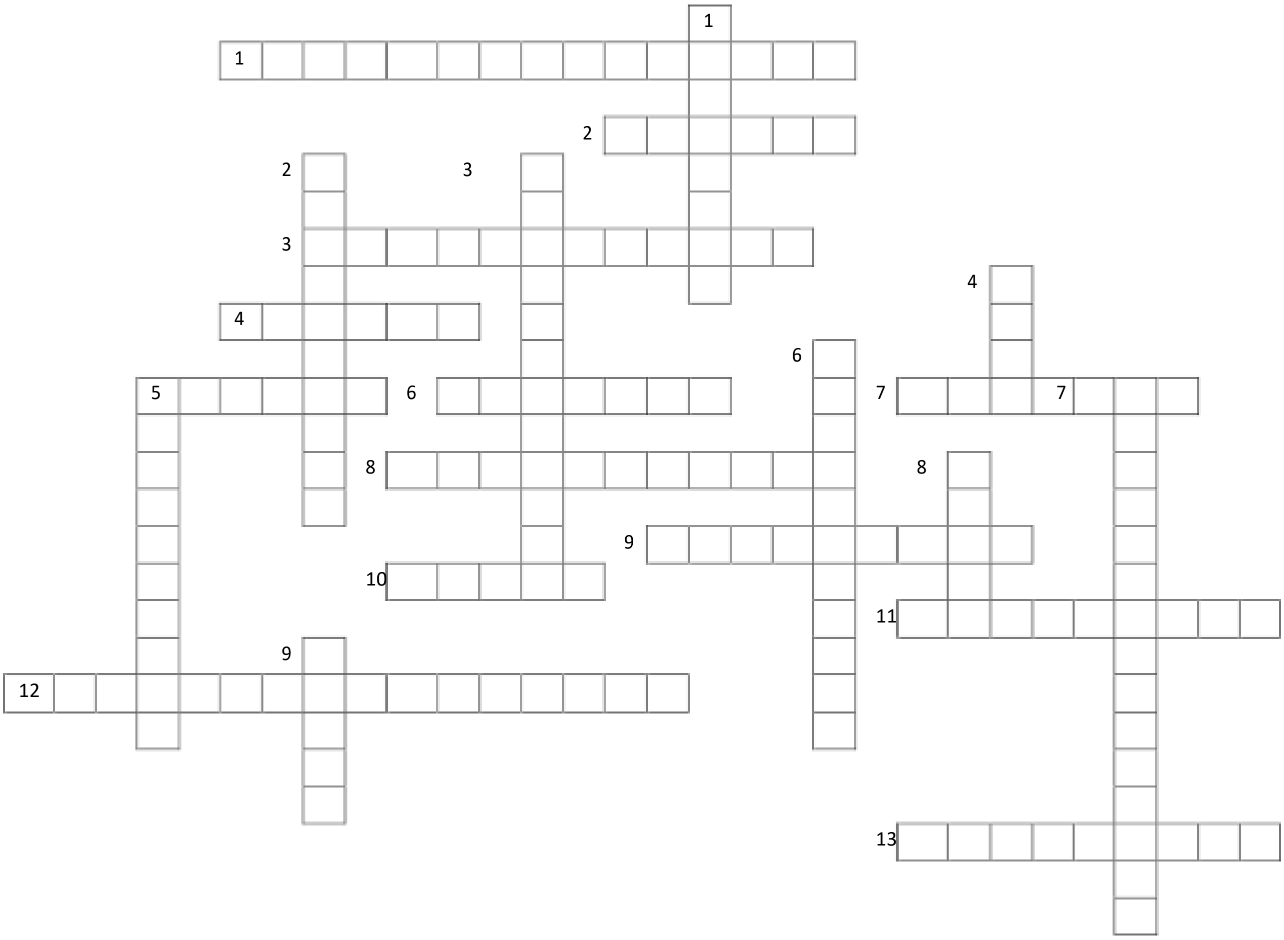
Кроссворд №1 по теме «Основные понятия теории множеств»



1. Объект любого множества.
2. Операция над множествами, в результате которой получается множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из данных множеств.
3. Количество элементов множества.
4. Часть множества.
5. Множество, элементами которого являются все подмножества данного множества.
6. Операция над множествами, в результате которой получается множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат каждому из данных множеств.
7. Операция над множествами, в результате которой получается множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат первому множеству, но не принадлежат второму.
8. Универсальное множество.
9. Множество, которое содержит все элементы универсального множества, не принадлежащие данному множеству.

Если Вы правильно разгадали кроссворд, то в выделенном столбце получится основное понятие теории множеств.

Кроссворд №2 по теме «Основные понятия теории множеств»



По горизонтали:

1. Переместительное свойство операции. 2. Основоположник теории множеств. 3. Часть множества. 4. Множество всех подмножеств данного множества. 5. Упорядоченная *n*-ка. 6. Объект множества. 7. Декартов … ($A \times A$). 8. Операция над двумя множествами, обозначаемая символом $\cup$. 9. Универсальное множество. 10. Швейцарский математик, имя которого увековечено в графическом способе задания множеств. 11. …Венна. 12. Распределительное свойство одной операции над множествами относительно другой. 13. Пустое ….

2.

По вертикали:

1. Количество элементов множества. 2. Одноместная операция над множествами. 3. Прямое … множеств. 4. Упорядоченная …. 5. Компонента кортежа. 6. Операция над двумя множествами,

обозначаемая символом $\cap$. 7. Сочетательное свойство операции. 8. …Эйлера. 9. Дизъюнктивная ….

Квадрат №1 «Множества и отношения»

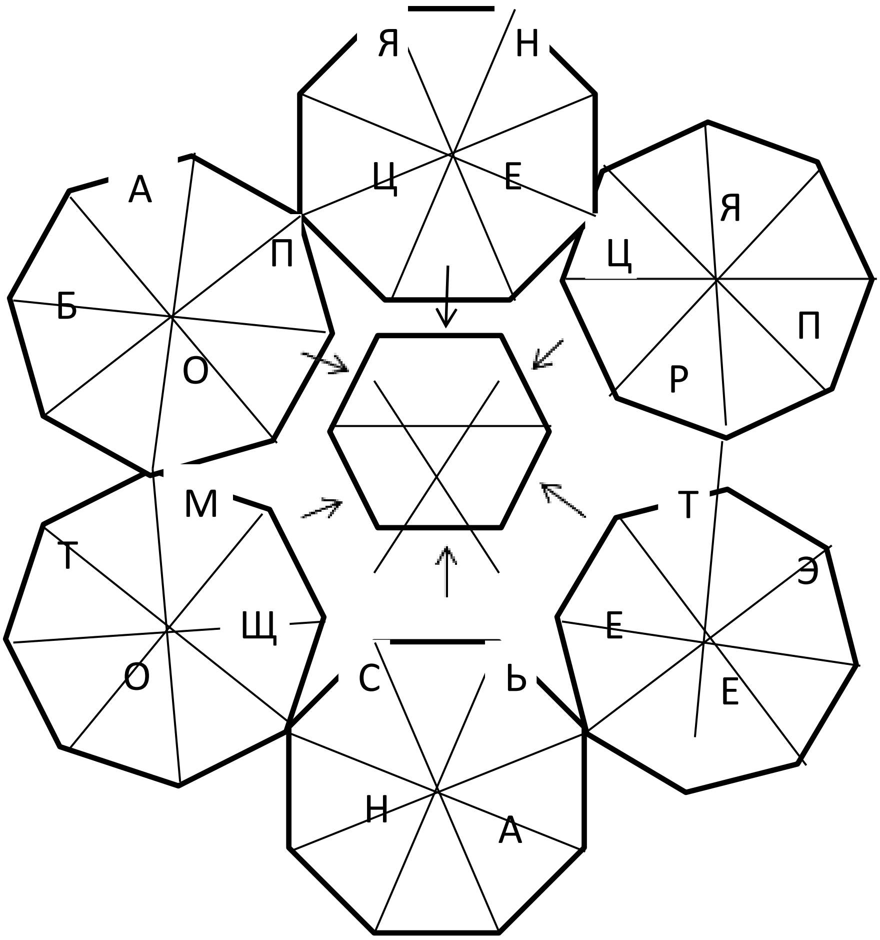
м м	н о	ж е с	т в					
е и	с т о	у о ы	о					
т р	и н б	щ н	т р					
з а	ч о р	е в и	а					
н о	н ш	а ф и	т н					
е с	ф е ж	л с	и з					
ю т	у н к	е к	м щ					
б ь	ц и ц	ъ р	ю н					
и е	к я и	н а с	у					

Квадрат №2 «Множества и отношения»

В Н	Т Ь Я	И Б Ю	С					
И О	С О Т	Ц И Н	Я					
С Н	Ф У Н	К Е Ь	И					
К В	Р Т О	Б И Н	Ц					
Е И	А О Ц	Р А	Т И					
Л Т	Н Щ Е	И Ж	О З					
Ф И	З А Н	Н Е Н	О					
Е Р	О Р И	Е С М	П					
Р П	О Б О	В Т С	К					

Задание «С миру по нитке»

Сначала надо восстановить шесть слов (половина букв уже вписана), а после из секторов, от которых отходят стрелки, нужно взять буквы и поместить в центральную фигуру.



У вас получится главное слово задания (фамилия основоположника теории множеств)!

7) Упражнения для пропускающих занятия

1.1. Множества и их элементы

Множество — одно из основных понятий современной математики. Это понятие не сводится к другим понятиям и не определяется. Вместо определения приведем несколько примеров множеств:

1) множество действительных чисел;

2) множество точек плоскости;

3) множество букв русского алфавита;

4) множество деревьев в лесу;

5) множество учащихся данного класса.

Когда в математике говорят о множестве, то понимают под этим совокупность предметов (объектов), объединенных в одно целое по некоторому признаку. Один из основоположников современной теории множеств немецкий математик Георг Кантор (1845–1918 гг.) выразил эту мысль следующим образом: «Множество есть многое, мыслимое как единое целое».

Предметы (объекты), составляющие множество, называют его элементами. Множества обозначают заглавными латинскими буквами: A, B, C, X, … их элементы — прописными буквами: a, b, c, x, … или буквами с индексами a1, a2, ...

Предложение «объект a является элементом множества A» записывается a . A (читается: a принадлежит A), если же a не является элементом множества A, то это записывают так a . A.

Например, A — множество четных чисел. Тогда 2 . A, 1028 . A, 5 . A, 0,8 . A.

В повседневной жизни слово «множество» обычно связывают с большим количеством предметов. В математике можно рассматривать множества, содержащие 3, 2, 1 элемент, а также множество, не содержащее ни одного элемента. Такое множество называют пустым и обозначают .. Примерами пустых множеств являются множество нечетных чисел, делящихся на 2; множество сооружений на земле высотой более 1000 м и т.д. Если множество содержит конечное число элементов, то его называют конечным, а если в нем бесконечно много элементов, то бесконечным.

Так, множество жителей г. Томска конечно, а множество точек на отрезке бесконечно.

Упражнения

1. Приведите примеры множеств, которые встречаются в жизненных ситуациях.

2. Как называется:

а) множество птиц;

б) множество лошадей;

в) множество людей в поезде;

г) множество артистов, работающих в одном театре.

3. Назовите несколько элементов, принадлежащих множеству:

а) чисел, кратных 7;

б) квадратов натуральных чисел;

в) простых чисел, принадлежащих промежутку [25; 43];

г) чисел, обратных кубам натуральных чисел.

4. Пусть A — множество простых чисел вида 7n + 2, где n . N.

Верна ли запись:

а) 9 . A; б) 23 . A; в) 31 . A; г) 37 . A.

5. Пусть B — множество корней уравнения .012723=+.xxx

Верна ли запись: а) 0 . B; б) –3 . B; в) 4 . B; г) 3 . B.

1.2. Способы задания множеств

Чтобы задать множество, необходимо знать, какие объекты принадлежат множеству, а какие нет. Если множество содержит немного элементов, то его можно задать, перечислив все его элементы. Например, множество учеников класса — список в классном журнале, множество стран — список в географическом атласе.

Если множество задано списком, то его элементы записывают в фигурных скобках через точку с запятой. Множество цифр можно записать следующим образом A = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0}. Однако задать множество списком можно только тогда, когда оно содержит конечное число элементов (но и это неудобно, если число элементов множества велико). Существует универсальный способ задания множеств (в том смысле, что таким способом можно задать любое множество). Множество может быть задано с помощью характеристического свойства, то есть такого свойства, которым обладают все элементы множества, и не обладают объекты, не принадлежащие множеству (записывают: A = {x | P(x)}, где P(x) — характеристическое свойство).

Приведем несколько примеров:

1. Пусть A — множество остатков от деления натуральных чисел на 5, тогда A = {0; 1; 2; 3; 4}.
2. Если B = {n | n . N, 3 . n . 12} — множество натуральных чисел, заключенных между 3 и 12, то B = {3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12}.
3. Если D = {x | x . R, –3 . x . 4}, то D — отрезок [–3; 4].
4. Если X = {x | x2 – 3x + 2 = 0} — множество корней квадратного уравнения, то X = {1; 2}.

Рассмотрим множество $A = \left\{ \dfrac{n}{n^2-2} \,\middle|\, n \in \mathbf{N} \right\}$ и выясним, принадлежат ли числа $\frac{1}{4}; \frac{2}{7}$ этому множеству. Число $\frac{1}{4} \in A$, если существует такое натуральное число n, что $\dfrac{n}{n^2-2} = \dfrac{1}{4}$. Для проверки этого решим уравнение $\dfrac{n}{n^2-2} = \dfrac{1}{4}$.

Имеем $n^2 - 4n - 2 = 0$, откуда $n_{1,2} = 2 \pm \sqrt{6}$.

Так как числа $2 \pm \sqrt{6}$ не являются натуральными, то $\frac{1}{4} \notin A$.

Аналогично, решая уравнение $\dfrac{n}{n^2-2} = \dfrac{2}{7}$, имеем $2n^2 - 7n - 4 = 0$, откуда $n_1 = 4$; $n_2 = -\frac{1}{2}$.

Так как $4 \in \mathbf{N}$ и $\dfrac{2}{7} = \dfrac{4}{4^2-2}$, получаем, что $\frac{2}{7} \in A$.

Упражнения

1. Задайте перечислением элементов множество, заданное характеристическим свойством:

а) $A = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$;

б) $B=\{x \mid x\in \mathbf{N},\ 2<x\le 8\frac{2}{5}\}$;

в) $C=\{x \mid x\in \mathbf{N},\ x^4-5x^2+4=0\}$;

г) $D=\{x \mid x\in \mathbf{Z},\ -5<x^3+1<20\}$;

д) $E=\{(x,\ y) \mid (x-1)^2+(y+2)^2=0\}$;

е) $F=\{x \mid x\in \mathbf{Z},\ |x|<5\}$;

ж) $P=\{x \mid x\in \mathbf{N},\ -4<x<6\}$;

з) $Q=\{n \mid n\in \mathbf{N},\ n<20,\ n - \text{простое}\}$;

и) $S=\left\{n \mid n\in \mathbf{Z},\ \dfrac{n^2-2n+5}{(n-1)^2} - \text{целое}\right\}$;

к) $T=\{x \mid x\in \mathbf{N},\ -x^2+x+6\ge 0\}$.

2. В данном множестве все элементы, кроме одного, обладают некоторым свойством. Опишите это свойство и найдите элемент, не обладающий им.

а) {сумма; разность; множитель; частное};

б) {4; 16; 22; 27; 30; 34};

в) {1; 15; 16; 25; 64; 121};

г) {синий; красный; круглый; бежевый; зеленый};

д) {4; 6; 12; 81; 441; 1113};

е) {Обь; Иртыш; Волга; Байкал; Ангара; Амур};

ж) {шар; пирамида; параллелограмм; цилиндр; конус}.

3. Исследуйте, принадлежат ли числа $\frac{1}{2}; -\frac{1}{8}; -\frac{1}{4}$ множеству

$$A = \left\{ \frac{3-2n}{n^2+n} \,\middle|\, n \in \mathbf{N} \right\}.$$

4. Определите, по какому закону составлено бесконечное множество, содержащее числа:

а) $\left\{6; 2; \frac{2}{3}; \frac{2}{9}; \ldots\right\}$;

б) $\left\{\frac{1}{5}; \frac{3}{8}; \frac{5}{11}; \frac{7}{14}; \frac{9}{17}; \ldots\right\}$;

в) $\left\{\frac{3}{4}; \frac{8}{9}; \frac{15}{16}; \frac{24}{25}; \frac{35}{36}; \ldots\right\}$;

г) $\{2; 6; 12; 20; 30; \ldots\}$;

д) $\left\{\frac{3}{7}; \frac{5}{11}; \frac{7}{15}; \frac{9}{19}; \ldots\right\}$;

е) $\{4; 18; 48; 100; 180; \ldots\}$.

5. Задайте характеристическим свойством множества:

а) всех правильных многоугольников;

б) параллельных прямых;

в) всех натуральных чисел, кратных 5.

6. Какие из следующих множеств пустые:

а) множество корней уравнения $|x – 7| = 7$;

б) множество прямых плоскости, перпендикулярных двум пересекающимся прямым;

в) множество решений неравенства ; 0) $(x – 10)^2 \leq 0$

г) множество корней уравнения $|9 – 5x| = –3$;

д) множество отрицательных корней уравнения $|x| = –x$.

1.3. Подмножества

Рассмотрим два множества А и В. Если каждый элемент множества А является элементом множества В, то говорят, что А — подмножество множества В (рис. 1). Этот факт записывают А Ć В. Считают, что пустое множество является подмножеством любого множества. Каждое непустое множество А имеет хотя бы два подмножества — само множество А и пустое множество. Их называют несобственными подмножествами множества А, все другие подмножества, если они существуют, — собственными.

Рис. 1.

Если A — подмножество множества B, B — подмножество множества C ($A \subset B$ и $B \subset C$), то A — подмножество множества C ($A \subset C$), то есть свойство быть подмножеством удовлетворяет условию транзитивности.

Примеры множеств и их подмножеств:

1) Пусть **N** — множество натуральных чисел, **Z** — множество целых чисел, **Q** — множество рациональных чисел, **R** — множество действительных чисел. Тогда $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$.

2) Пусть A — множество букв русского алфавита, B — множество гласных букв русского алфавита, тогда $B \subset A$.

3) Пусть A — множество линий на плоскости, B — множество прямых на плоскости, то $B \subset A$.

Если множество B является подмножеством множества A ($B \subset A$), то принадлежность элемента x множеству B является *достаточным* условием его принадлежности множеству A, а принадлежность элемента x множеству A — необходимым условием его принадлежности множеству B.

Например, если A — множество всех параллелограммов, а B — множество всех прямоугольников, то $B \subset A$. Поэтому, для того, чтобы четырехугольник был параллелограммом, т.е. принадлежал множеству A, достаточно чтобы он был прямоугольником, т.е. принадлежал множеству B. С другой стороны, для того чтобы четырехугольник был прямоугольником, необходимо, чтобы он являлся параллелограммом.

Если одновременно $A \subset B$ и $B \subset A$, то говорят, что множества A и B *равны*, т.е. состоят из одних и тех же элементов. В этом случае принадлежность элемента множеству A необходима и достаточна для его принадлежности множеству B. Многие теоремы математики можно рассматривать как утверждения о равенстве множеств.

Упражнения

1. Составьте цепочки включений, так чтобы каждое следующее множество содержало предыдущее.

а) A — множество всех позвоночных;

B — множество всех животных;

C — множество всех волков;

D — множество всех млекопитающих;

E — множество всех хищных млекопитающих.

б) A — множество всех трапеций;

B — множество всех прямоугольников;

C — множество всех четырехугольников;

D — множество всех квадратов;

E — множество всех параллелограммов;

F — множество всех многоугольников.

2. Даны множества: A — множество целых чисел; B — множество четных чисел; C — множество нечетных чисел; D —множество чисел, кратных 3; E — множество чисел, кратных 6; P — множество чисел, кратных 2 и 3 одновременно; T — множество чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 1.

Укажите, какие из данных множеств являются подмножествами других множеств, имеются ли среди множеств равные множества? Ответы запишите с помощью символов.

3. Назовите 3 подмножества: а) множества треугольников на плоскости; б) множества чисел, оканчивающихся нулем; в) множества уравнений.

4. Придумайте примеры цепочек, состоящих из множеств и их подмножеств и содержащих не менее трех включений.

1.4. Пересечение множеств

Пусть даны два множества A и B.

Пересечением (*произведением*) множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих одновременно и множеству A, и множеству B. Обозначают пересечение множеств $A \cap B$. $A \cap B = \{x \mid x \in A$ и $x \in B\}$. Аналогично определяется пересечение любого числа множеств. Графически удобно пересечение множеств изображать в виде общей части двух или более кругов Эйлера–Венна (рис. 2).

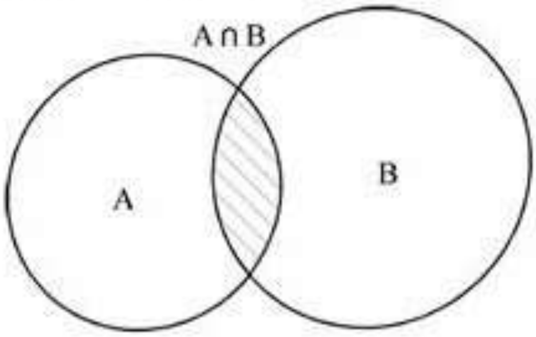


Рис. 2.

Примеры

1. $A = \{2n \mid n \in \mathbf{N}\}$ — множество чисел, делящихся на 2, $B = \{3n \mid n \in \mathbf{N}\}$ — множество чисел, делящихся на 3, тогда $A \cap B = \{6n \mid n \in \mathbf{N}\}$ — множество чисел, делящихся на 6.

2. A — отрезок $[0; 5]$, B — отрезок $[2; 7]$, тогда $A \cap B$ — отрезок $[2; 5]$.

Упражнения

1. Найдите $A \cap B$, если

а) $A = (-3; 7)$, $B = (1; 8)$;

б) $A = [0; 5]$, $B = [5; 8]$;

в) $A = (-\infty; +\infty)$, $B = (-1; 9)$;

г) A — множество простых чисел, B — множество положительных четных чисел;

д) A — множество всех прямоугольников, B — множество всех ромбов;

е) $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x \geq 10\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x \leq 16\}$;

ж) $A = \{x \mid n \in \mathbf{N}, x = n^2\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x \leq 40\}$;

з) A — множество чисел, кратных 18, B — множество чисел, кратных 24;

и) $A = \{3n \mid n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{5n \mid n \in \mathbf{N}\}$;

к) $A = \{2n + 1 \mid n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{4n + 3 \mid n \in \mathbf{N}\}$;

л) $A = \{3n + 2 \mid n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{4n + 1 \mid n \in \mathbf{N}\}$.

2. Множество A состоит из целых чисел, делящихся на 4, множество B — из целых чисел, оканчивающихся нулем и множество C — из целых чисел, делящихся на 75. Из каких чисел состоит множество $A \cap B \cap C$.

3. Определите, какие из предложенных вариантов могут изображать пересечение множеств решений двух квадратных неравенств? В случае положительного ответа приведите примеры таких неравенств.

а)  б) 

в)  г) 

д) 

4. Изобразите с помощью кругов Эйлера–Венна пересечение множеств A и B для всевозможных случаев их взаимного расположения.

1.5. Объединение множеств

Объединением двух множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A или B. Обозначают объединение множеств $A \cup B$ (рис. 3).

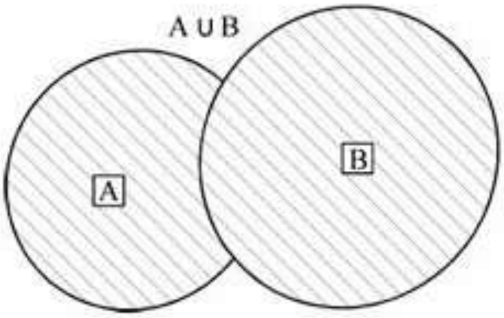


Рис. 3.

$A \cup B = \{x \mid x \in A$ или $x \in B\}$.

Аналогично определяется объединение любого числа множеств.

<u>Упражнения</u>

1. Пусть $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$, $B = \{4; 3; 2; 1; 0; -1; -2\}$, $C = \{x \mid -4 \le x < 5\}$. Запишите следующие множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $B \cup C$, $A \cap \mathbf{N}$, $A \cup \mathbf{N}$, $B \cup \mathbf{Z}$, $(A \cap B) \cap \mathbf{N}$.

2. Пусть заданы множества A, B и C такие, что $A \cap B = \{2; 3\}$, $A \cup B = \{1; 2; 3; 5; 7; 8\}$, $A \cap C = \{1\}$, $C \cup B = \{1; 2; 3; 5; 6; 7; 8\}$. Найдите множества A, B и C.

3. Найдите объединение множеств:

а) $A = \{3k + 1 \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{3k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{3k + 2 \mid k \in \mathbf{Z}\}$;

б) $A = \{8k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{8k + 4 \mid k \in \mathbf{Z}\}$;

в) $A = \{9k + 7 \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{9k + 4 \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{9k + 1 \mid k \in \mathbf{Z}\}$.

4. Найдите $A \cup B$ и $A \cap B$, если

а) $A = \{x \mid x^4 - 13x^2 + 36 = 0\}$, $B = \{x \mid x^4 - 8x^2 + 9 = 0\}$;

б) $A = \{x \mid 3x - 9 < 0\}$, $B = \{x \mid 2x + 6 > 0\}$.

5. Какое заключение можно сделать об отношении между фигурами, расположенными так, что их пересечением и их объединением служит одна и та же фигура?

1.6. Разность множеств

Разностью множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, множества A, не принадлежащих множеству B. Обозначают разность множеств $A \setminus B$ (рис. 4).

$A \setminus B = \{x \mid x \in A$ и $x \notin B\}$.

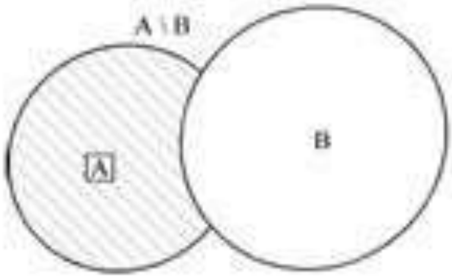


Рис. 4.

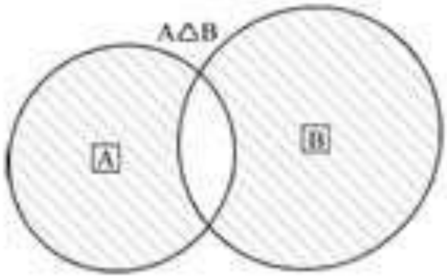


Рис. 5.

Симметрической разностью множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих только одному множеству A или B, обозначают $A \triangle B$ (рис. 5).

Часто при решении задач вводят *универсальное* множество U — это самое большое множество элементов, рассматриваемых в задаче.

Дополнением множества A до универсального называется множество элементов универсального множества, не принадлежащих множеству A. Обозначают дополнение множества $\overline{A}$ (рис. 6).

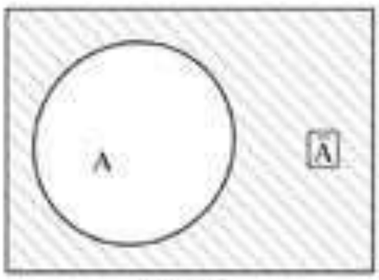


Рис. 6.

$\overline{A} = U \setminus A = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$

Упражнения

1. Найдите $A \setminus B$, $B \setminus A$, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$:

а) $A = [-11; 4]$, $B = (2; 8]$;

б) $A = [2; 7]$; $B = [8; 12]$;

в) $A = (-\infty; 5]$; $B = (1; +\infty)$.

2. Найдите $A \setminus B$:

а) $A = \{3k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{6m \mid m \in \mathbf{Z}\}$;

б) $A = \{2k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{4m + 2 \mid m \in \mathbf{Z}\}$.

3. Найдите дополнение множества остроугольных треугольников до множества всех треугольников.

4. Докажите, что симметрическую разность можно определить с помощью формул: $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ или $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (B \cap A)$.

Ответы: **2**. а) $A \setminus B = \{6k + 3 \mid k \in \mathbf{Z}\}$; б) $A \setminus B = \{4k \mid k \in \mathbf{Z}\}$.

1.7. Числовые множества

Элементами множества могут быть объекты различной природы (числа, слова, геометрические фигуры, функции, животные и т.д.). Для математики особую роль играют множества, составленные из математических объектов. Очень часто встречаются числовые множества, т.е. множества, элементами которых являются числа.

Например:

N — множество натуральных чисел,

Z — множество целых чисел,

Q — множество рациональных чисел,

I — множество иррациональных чисел,

R — множество действительных чисел.

Особое место занимают множества, называемые числовыми промежутками: отрезок [a; b], интервалы (a; b), (a; +.), (–.; b), полуинтервалы [a; b), (a; b], [a; +.), (–.; b]. Числовые множества используются при решении уравнений и неравенств.

Упражнения

1. Найдите множество значений переменной, при которых имеет смысл уравнение:

а) $x^2 - 3x + \dfrac{2}{4 - x^2} = \dfrac{1}{x}$;

б) $\sqrt{6x - x^2 - 8} = \dfrac{1}{\sqrt{x - 3}}$;

в) $\sqrt{\dfrac{x + 2}{x - 1}} - \sqrt{\dfrac{x + 7}{x + 5}} = 0$.

2. Совпадают ли множества корней уравнений:

а) $\dfrac{x^2 - 3x - 4}{x - 1} = 0$ и $x^2 - 3x - 4 = 0$;

б) $|x - 3| = 3 - x$ и $x - 3 = 0$;

в) $x^2 - 4x = 0$ и $|2x-6|-|x-6| = 0$;

г) $x^2 - 6x + 9 = 0$ и $\dfrac{2}{x^2-4} - \dfrac{1}{x(x-2)} = \dfrac{1}{x(x+2)}$;

д) $\sqrt{(x-1)(x+5)} = \sqrt{7}$ и $\sqrt{x-1}\sqrt{x+5} = \sqrt{7}$?

3. Совпадают ли множества точек плоскости, заданные уравнениями:

а) $y = \dfrac{x(x+2)}{x}$ и $y = x + 2$;

б) $x^2 + y^2 = 25$ и $y = \sqrt{25 - x^2}$;

в) $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{|x|}$?

4. С точки зрения теории множеств определите связь между множествами решений уравнений:

а) $y - x = 0$; б) $xy - 1 = 0$; в) $(y-x)(xy-1) = 0$;

г) $(y-x)^2 + (xy-1)^2 = 0$; д) $\dfrac{y-x}{xy-1} = 0$; е) $\dfrac{xy-1}{y-x} = 0$.

Ответы:

1. а) $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$; б) $x \in (3; 4]$;

в) $x \in [-7; -5) \cup (-5; 2] \cup (1; +\infty)$.

2. а) нет; б) нет; в) да; г) нет; д) нет.

3. а) нет; б) нет; в) нет.

1.8. Алгебра множеств

Алгеброй множеств называется часть теории множеств, в которой изучаются свойства операций над множествами. Рассмотрим некоторые из них:

1. Свойство коммутативности объединения и пересечения

   $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$.

2. Свойство ассоциативности объединения и пересечения

   $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$; $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

3. Свойство дистрибутивности пересечения относительно объединения и наоборот

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

4. $A \cup A = A$; $A \cap A = A$;

5. $A \cup U = U$; $A \cap U = A$;

6. $A \cup \varnothing = A$; $A \cap \varnothing = \varnothing$;

7. $A \cup \overline{A} = U$; $A \cap \overline{A} = \varnothing$;

8. $\overline{\overline{A}} = A$;

9. $\overline{U} = \varnothing$; $\overline{\varnothing} = U$;

10. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$; $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$. (законы де-Моргана или формулы двойственности).

Проиллюстрируем с помощью диаграмм Эйлера–Венна, например, свойство 3. Рассмотрим отдельно левую и правую части равенства (рис. 7, *а* и *б*). На рисунке 7, *а* нас интересует множество, отмеченное двойной штриховкой, а на рисунке 7, *б* — множество, выделенное хотя бы одной штриховкой.

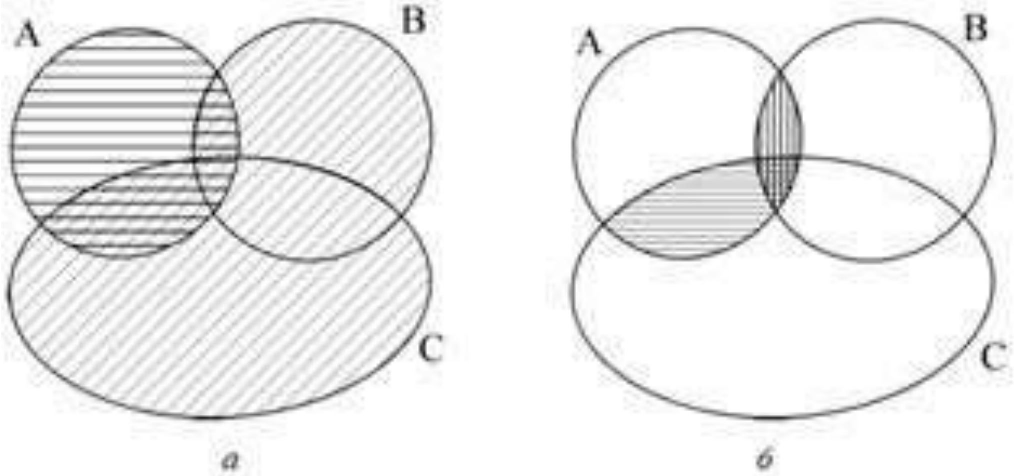
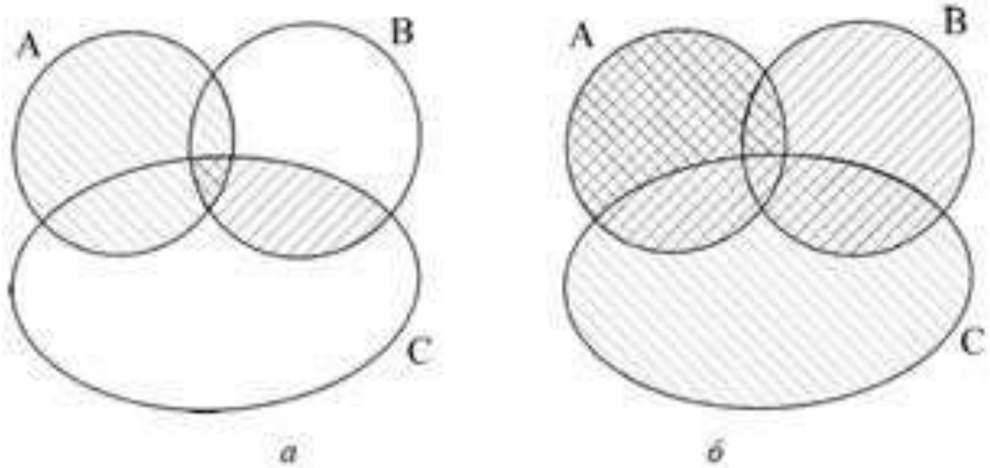


Рис. 7.

Левую часть второго равенства определяет множество, отмеченное хотя бы одной штриховкой (рис. 8, *а*). Правую — множество, отмеченное двойной штриховкой (рис. 8, *б*).



<u>Упражнения</u>

1. Доказать, что для любых множеств A и B справедливы равенства:

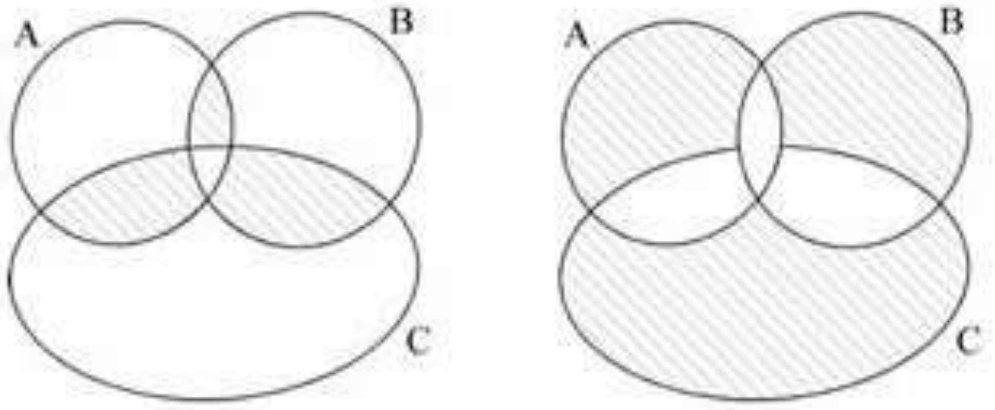
а) $A \cup B = A \cup (B \setminus A)$;

б) $A \cap (B \setminus A) = \varnothing$.

2. Упростите выражение

$(A \cap (B \cup A) \cup C) \setminus (A \cup (B \cup A) \cap C \setminus A)$.

3. Запишите с помощью формул заштрихованное множество:



а *б*

Рис. 9.

4. Покажите с помощью диаграмм Эйлера–Венна, что

$$[(A \cap B) \setminus C] \cup [(B \cap C) \setminus A] = [(A \cap B) \cup (B \cap C) \setminus (A \cap B \cap C)].$$

Ответы:

2. A.

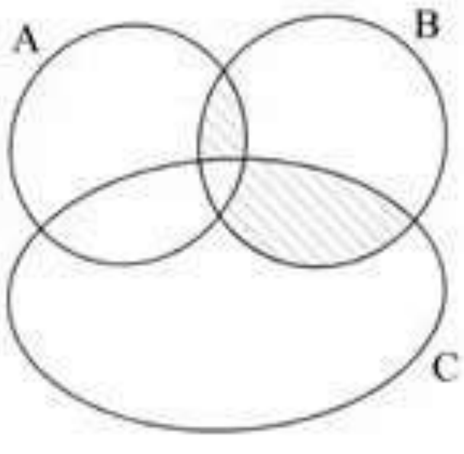
3. Ввиду неоднозначности записи ответы приводятся примерные:

а) $[(A \cap B) \setminus C] \cup [(B \cap C) \setminus A] \cup [(A \cap C) \setminus B]$ или

$[(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)] \setminus [A \cap B \cap C]$;

б) $[A \setminus (B \cup C)] \cup [B \setminus (A \cup C)] \cup [A \cap B \cap C]$.

4.



1.9. Разбиение множества на классы

1. Из множества X = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12} выделили подмножества *X*,, X_2 и X_3. В каком из следующих случаев множество X оказалось разбитым на классы:

а) X_1 = {1, 3, 5, 7, 11}, X_2 = {2, 4, 6, 8, 10, 12}, X_3 = {9};

б) X_1= {1,3,5,7,9,11},X_1= {2,4,6,8, 10,12},X_1= {10, 11,12};

в) X_1 = {3,6, 9, 12}, X_2= {1,5,7, 11},X_3= {2, 10}?

2. Из множества X= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12} выделим подмножества:

а) A - четных чисел, B - нечетных чисел;

б) A - чисел, кратных 2; B - чисел, кратных 3; С- чисел, кратных 4;

в) A - нечетных однозначных чисел; B - четных двузначных чисел. В каком случае произошло разбиение множества X на классы?

3. Из множества треугольников выделили подмножества треугольников:

а) прямоугольные, равнобедренные, равносторонние;

б) остроугольные, тупоугольные, прямоугольные;

в) равносторонние, прямоугольные, тупоугольные.

В каком случае произошло разбиение множества треугольников на классы?

4.На какие классы разбивается множество точек плоскости при помощи:

а) окружности;

б) круга;

в) прямой?

5.Перечертите комбинации фигур, приведенные на рисунке 15, и на каждой из них выделите (различными видами штриховки) непересекающиеся области.

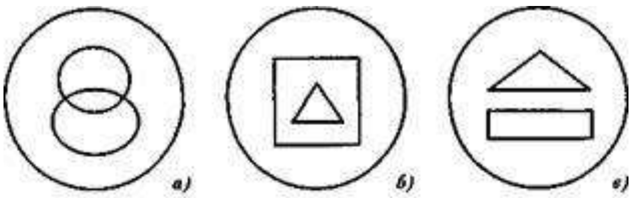


Рис. 15

6.На множестве натуральных чисел рассматривается свойство «быть кратным 7». Сколько классов разбиения множества N оно определяет? Назовите по два элемента из каждого класса.

7.Из множества четырехугольников выделили подмножество фигур с попарно параллельными сторонами. На какие классы разбивается множество четырехугольников с помощью свойства «иметь попарно параллельные стороны»? Начертите по два четырехугольника из каждого класса.

8. Изобразите при помощи кругов Эйлера множество N натуральных чисел и его подмножества: четных чисел и чисел, кратных 7. Можно ли утверждать, что множество N разбито:

а) на два класса: четных чисел и чисел, кратных 7;

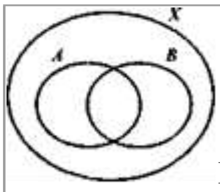
б) на четыре класса: четных чисел, кратных 7; четных чисел, не кратных 7; нечетных чисел, кратных 7; нечетных чисел, не кратных 7?

9. На множестве четырехугольников рассматриваются два свойства: «быть прямоугольником» и «быть квадратом». На какие классы разобьется множество четырехугольников при помощи этих свойств? Начертите по два четырехугольника из каждого класса.

10. Изменится ли ответ в упражнении 9, если на множестве четырехугольников рассмотреть свойства:

а) «быть прямоугольником» и «быть ромбом»;

б) «быть прямоугольником» и «быть трапецией»?

11. На рисунке 16 изображены множество X-студентов группы, A - множество спортсменов этой группы, B - множество отличников этой группы. а) Укажите классы разбиения множества X,полученные с помощью свойств «быть спортсменом» и «быть отличником», и охарактеризуйте каждый из них. б) Сколько получилось бы классов разбиения, если бы ни один отличник группы не был спортсменом?	 Рис 16

11. На рисунке 16 изображены множество X-студентов группы, A - множество спортсменов этой группы, B - множество отличников этой группы.

а) Укажите классы разбиения множества X,полученные с помощью свойств «быть спортсменом» и «быть отличником», и охарактеризуйте каждый из них.

б) Сколько получилось бы классов разбиения, если бы ни один отличник группы не был спортсменом?

Выполните соответствующий рисунок и назовите классы разбиения.

12. Покажите, что решение нижеприведенных задач связано с разбиением заданного множества на классы:

а) 18 редисок связали в пучки по 6 редисок в каждом. Сколько получилось пучков?

б) 18 карандашей раздали 6 ученикам поровну. Сколько карандашей у каждого?

13. О каких множествах и операциях над ними идет речь в задачах:

а) С одной грядки сняли 25 кочанов капусты, а с другой - 15 кочанов. Всю эту капусту разложили в корзины, по 8 кочанов в каждую. Сколько потребовалось корзин?

б) Для школьного сада привезли 24 саженца яблонь. На одном участке посадили 6 саженцев, а на другом - остальные, в 3 ряда поровну. Сколько саженцев посадили в каждом ряду?

Применение теории множеств при решении задач

Упражнения

1. В спортивном классе обучаются 24 человека. Каждый учащийся занимается хотя бы одним видом спорта (баскетболом или волейболом), из них баскетболом и волейболом занимаются 12 человек. Сколько человек занимается только волейболом, если их в 3 раза больше, чем тех, кто занимается только баскетболом?

2. В одном украинском городе все жители говорят на русском или украинском языке. По-украински говорят 80 % всех жителей, а по-русски — 75 %. Сколько процентов всех жителей говорят на обоих языках?

3. Группа ребят отправилась в поход. Семеро из них взяли с собой бутерброды, шестеро — фрукты, пятеро — печенье. Четверо ребят взяли с собой бутерброды и фрукты, трое — бутерброды

и печенье, двое — фрукты и печенье, а один — и бутерброды, и фрукты, и печенье. Сколько ребят пошли в поход?

4. Староста класса, в котором 40 человек, подводил итоги по успеваемости группы за I полугодие. Получилась следующая картина: из 40 учащихся не имеют троек по русскому языку 25 человек, по математике — 28 человек, по русскому языку и математике — 16 человек, по физике — 31 человек, по физике и математике — 22 человека, по физике и русскому языку 16 человек.

Кроме того, 12 человек учатся без троек по всем трем предметам. Классный руководитель, просмотрев результаты, сказал: «В твоих расчетах есть ошибка». Составьте диаграмму Эйлера–Венна и объясните, почему это так.

5. В лаборатории института работают несколько человек. Каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. 7 человек знают английский, 7 — немецкий, 8 — французский, 5 знают английский и немецкий, 4 — немецкий и французский, 3 — французский и английский, 2 человека знают все три языка. Сколько человек работает в лаборатории? Сколько из них знает только французский язык? Сколько человек знает ровно 1 язык?

6. Сколько целых чисел от 0 до 999 не делятся ни на 5, ни на 7, ни на 11?

Ответы: 1. 9. 2. 55 %. 3. 10. 4. Если на диаграмме Эйлера–Венна отметить данные в непересекающихся множествах класса, то общее число учащихся класса получится равным 42, а не 40, как сказано в условии. 5. 12; 3; 4. 6. 376.

8) Контрольная работа

Множества и операции над ними

1. Доказать равенство множеств:
   - $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$
   - $(A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A) \cup (A \cap B \cap C) = A \cup B \cup C$
   - $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$
   - $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$
   - $A \setminus (B \cup C) = (A \cup C) \setminus B$
   - $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
   - $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
2. Доказать включение:
   - $A \setminus B \subset (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$
   - $(B \setminus C) \setminus (B \setminus A) \subset A \setminus C$
   - $(A \cap C) \cup (B \cap D) \subset (A \cup B) \cap (C \cup D)$
   -
3. Укажите характеристическое свойство элементов множества:

- $X = A \setminus (B \cup C)'$, если $A = \{x \mid x \in R,\ x \geq 0\}$, $B = \{x \mid x \in R,\ 17 \leq x \leq 25\}$, $C\{x \mid x \in R,\ x > 23\}$

- $Y = К \cap L \setminus M'$, если $К = \{x|x \in R,\ x < 4\}$, $L = \{x|x \in R,\ -5 < x \le 40\}$, $M = \{x|x \in R,\ x \ge 0\}$
- $S = B' \cup C \cap D'$, если $B = \{x|x \in R,\ x \le 4\}$, $C = \{x|x \in R,\ x > -10\}$, $D = \{x|x \in R,\ -18 < x \le 4\}$
- $P = A' \cap (B \cap C)$, если $B = \{x|x \in R,\ x \le 17\}$, $C = \{x|x \in R,\ x > -3\}$, $A = \{x|x \in R,\ 4 < x < 9\}$
- $К = (C' \cap D')'$, если $C = \{x|x \in R,\ x \le -20\}$, $D = \{x|x \in R,\ x > 10\}$
- $X = (A \cap B \cup C)'$, если $A = \{x|x \in R,\ x > 2\}$, $B = \{x|x \in R,\ -3 \le x \le \infty\}$, $C = \{\ x|x \in R,\ 0 \le 0\ x < 5\}$
- $T = (A \setminus B') \cup C$, если $B = \{x|x \in R,\ x < 9\}$, $C = \{x|x \in R,\ x > 7\}$, $A = \{x|x \in R,\ 5 \le x \le 12\}$
- $P = (A \setminus B')\quad C$, если $B = \{x|x \in R,\ 3 \le x \le 5\}$, $C = \{x|x \in R,\ 4 \le x \le 6\}$, $A = \{x|x \in R,\ 3 < x \le 4\}$
- $X = A \cup (B \setminus C)'$, если $B = \{x|x \in R,\ x < 5\}$, $C = \{x|x \in R,\ 4 \le x \le 17\}$, $A = \{x|x \in R,\ -5 \le x < 4\}$
- $Y = (A' \cap B) \cup C$, если $B = \{x|x \in R,\ x < 7\}$, $C = \{x|x \in R,\ 2 < x \le 5\}$, $A = \{x|x \in R,\ -2 < x \le 5\}$

4. Известно, что множества A, B и C пересекаются. Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества:

- $(A' \setminus B') \setminus C'$
- $(A \setminus B)' \setminus C'$
- $(A' \setminus B') \cap C'$
- $(A' \setminus B') \cup C'$
- $(A \setminus B)' \cap C'$
- $(A \setminus B)' \cup C'$
- $(A' \cap B') \setminus C'$
- $(A' \cup B') \setminus C'$
- $(A \cap B)' \setminus C'$
- $(A \cup B)' \setminus C''$

5. Изобразите на координатной плоскости декартовы произведения множеств $X \times Y$ и $Y \times X$, если:

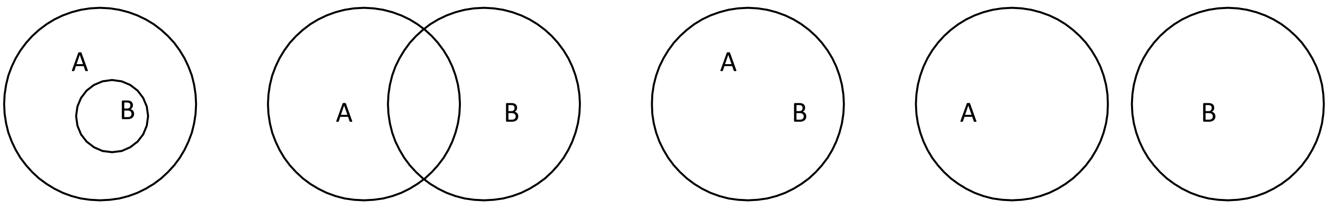
- $X = \{x|x \in R,\ -4 \le x \le 5\}$, $Y = \{X|Y \in R,\ Y \le 3\}$
- $X = \{x|x \in N, x \le 9\}$, $Y = \{y|y \in R,\ -7 \le x \le 4\}$
- $X = \{x|x \in R,\ 4 \le x\ \le 11\}$, $Y = \{y|y \in N,\ y \ge 4\}$
- $X = \{x|x \in R,\ -3 < x \le 7\}$, $Y = \{y|y \in R,\ 0 \le x < 9\}$
- $X = \{x|x \in R,\ x \ge 7\}$, $Y = \{y|y \in N,\ y < 5\}$
- $X = \{x|x \in R,\ x > 5\}$, $Y = \{y|y \in R,\ -4 \le x \le 2\}$

- $X = \{x | x \in N, 3 \le x \le 10\}$, $Y = \{y | y \in R, 4 \le x < 15\}$
- $X = \{x | x \in R, x \le -4\}$, $Y = \{y | y \in R, y > 3\}$
- $X = \{x | x \in N, 2 \le x \le 9\}$, $Y = \{y | y \in N, 5 \le x \le 14\}$
- $X = \{x | x \in R, -2 \le x \le +\infty\}$, $Y = \{y | y \in N, 5 \le x < 12\}$.

Проверочная работа

Вариант 1

1. На рисунке изображены диаграммы множеств *A* и *B*. Определите, в каком отношении находятся множества. Приведите примеры множеств для каждого случая.



2. Покажите при помощи кругов Эйлера отношение между множествами: D- множество чётных чисел; B - множество нечётных чисел.

3. . Проиллюстрируйте при помощи кругов Эйлера справедливость равенства

$(A \cup B) \backslash C = (A \backslash C) \cup (B \backslash C)$,

$(A \backslash B) \cap C = A \cap C \backslash B \cap C$

4. Установите в каких отношениях находятся множества A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если:

A – множество букв русского алфавита,
B – множество букв, обозначающих гласные звуки,
C – множество букв, обозначающих согласные звуки.

5. Перечислите элементы, входящие в множество $K = (A \cup B) \cap (C \cup D)$, если

A={-2,-1,0,1,2,3}, B={0,1,2,3,4}, C={4,5,6,7}, D= {-4,-3,-2,-1}.

6. Укажите характеристическое свойство элементов множества $M = A \cup B \backslash C$ и запишите три элемента, ему принадлежащие, если A-множество чётных натуральных чисел, B-множество натуральных чисел, кратных 5, C- множество натуральных чисел, кратных 7.

7. Укажите множества и отношения между ними, о которых идёт речь в задаче: «Около дома гуляют 10 уток и кур. Уток 8. Сколько кур около дома?»

Какую операцию над множествами надо выполнить, чтобы ответить на вопрос задачи?

8. Решите задачу: «Из 50 участников 37 изучают английский язык,17 – немецкий. Сколько человек изучают оба языка?»

9. В группе из 100 туристов 70 человек знают английский язык, 45 знают французский язык и 23 человека знают оба языка. Сколько туристов в группе не знают ни английского, ни французского языка?

Вариант 2

1. В каком отношении находится каждая пара множеств?

a) $M = \{a\ b\ c\ d\}$ $N = \{b\ f\ d\ k\ e\}$

b) $M = \{a\ b\ c\ d\}$ $K = \{\mathrm{b\ d}\}$

c) $M = \{a\ b\ c\ d\}$ $l = \{c\ a\ d\ b\}$

2. Покажите при помощи кругов Эйлера отношение между множествами: A - множество натуральных чисел, кратных 4; C - множество натуральных чисел, кратных 8.

3. Проиллюстрируйте при помощи кругов Эйлера справедливость равенства

$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

$(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$,

4. Изобразите отношения между множествами с помощью кругов Эйлера

Окунь, карась, рыбы

5. Перечислите элементы, входящие в множество $K=A \cup B \cap C \cup D$, если $A=\{-2,-1,0,1,2,3\}$, $B=\{0,1,2,3,4\}$, $C=\{4,5,6,7\}$, $D= (-4,-3,-2,-1\}$.

6. Укажите характеристическое свойство элементов множества $M= A \cap B \cap C$ и запишите три элемента, ему принадлежащие, если A-множество чётных натуральных чисел, B-множества натуральных чисел, кратных 5, C- множество натуральных чисел, кратных 7.

7. Укажите множества и отношения между ними, о которых идёт речь в задаче: «Вова нарисовал красные и синие домики, всего 9 домиков. Из них 4-синие. Сколько красных домиков нарисовал Вова?»Какую операцию над множествами надо выполнить, чтобы ответить на вопрос задачи?

8. Решите задачу: «Из 38 учащихся класса 22 занимаются в хоре и 17 в лыжной секции. Сколько учащихся занимаются и в хоре, и в лыжной секции, если в классе нет учащихся, не посещающих занятий хора или лыжной секции».

9.Из 40 студенток 30 умеют плавать, 27 умеют играть в шахматы и только пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько студенток умеют плавать и играть в шахматы?

Вариант 3

1. Изобразите при помощи кругов Эйлера отношения между множествами A, B и C, где A - множество параллелограммов, B - множество ромбов, C - множество трапеций.

2. Покажите при помощи кругов Эйлера отношение между множествами: А - множество натуральных чисел, кратных 4; В - множество натуральных чисел, кратных 7.

3. Проиллюстрируйте при помощи кругов Эйлера справедливость равенства –

$A\setminus(B\cap C)=(A.\setminus B)\cup(A\setminus C)$

$A\setminus(B\cup C) = (A\setminus B)\cap(A\setminus C)$

4. Изобразите отношения между множествами с помощью кругов Эйлера

Комар, животные, насекомые

5. Перечислите элементы, входящие в множество $E=(A\cup B)\cap(C\cup D)$, если

$A=\{-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$, $B=\{0,1,2,3,4\}$, $C=\{4,5,6,7\}$, $D=\{-4,-3,-2,-1,0\}$.

6. Укажите характеристическое свойство элементов множества $M=A\setminus(B\cap C)$ и запишите три элемента, ему принадлежащие, если А-множество чётных натуральных чисел, В-множество натуральных чисел, кратных 5, С- множество натуральных чисел, кратных 7.

7. Укажите множества и отношения между ними, о которых идёт речь в задаче: «Из корзины взяли 4 яблока и 3 груши. Сколько всего фруктов взяли из корзины?» Какую операцию над множествами надо выполнить, чтобы ответить на вопрос задачи?

8. Решите задачу: «В группе 30 учащихся, из них 18 увлекаются математикой, 17 русским языком. Каким может быть число учащихся, увлекающихся хотя бы одним предметом?»

9. Задача. В школьной библиотеке содержатся книги с русскими текстами, книги с английскими текстами, некоторые книги, содержат как английские, так и русские тексты. Известно, что из 590 книг в 500 есть тексты на русском языке, и в 100 книгах – английские тексты. Сколько книг содержит тексты как на русском, так и на английском языке? Сколько книг содержит тексты только на русском языке? Сколько книг содержит тексты только на английском языке?

Тема 1.2. Математические понятия, предложения, доказательства

1) Практические занятия

Практическое занятие. Перевод с формального языка на естественный.

1. Повторите алгоритм перевода с формального языка на естественный из теоретической части занятия.

Алгоритм перевода высказывания с формального языка на естественный

1. Заменить логическую переменную простым высказыванием.

2. Логические операции заменить соответствующими логическими связками.

3. Составить предложение.

2. Рассмотрите пример.

Задание. Представить логическую формулу в виде высказывания на русском языке: $(A \wedge B) \Rightarrow C$.

Решение

а) Присвоим логическим переменным A, B, C какое-либо высказывание:

A – Пушкин А. С. – поэт,

B – Пушкин А.С. – дуэлянт,

C – Пушкин А. С. доживет до 70 лет.

б) Логические операции заменим соответствующими логическими связками:

A – Пушкин А. С. – не поэт;

B – Пушкин А.С. – не дуэлянт;

$\wedge$ – и;

$\Rightarrow$ – Если …, то …

в) Составим предложение по формуле, заменяя логические переменные заданными высказываниями, а операции – логическими связками: «Если Пушкин А. С. – не поэт и Пушкин А. С. – не дуэлянт, то Пушкин А. С.

доживет до 70 лет».

В соответствии с правилами русского языка, избавимся от повторяющихся слов: «Если Пушкин А. С. – не поэт и не дуэлянт, то он доживет до 70 лет».

Ответ: «Если Пушкин А. С. – не поэт и не дуэлянт, то он доживет до 70 лет».

3. Задача 1*. Представить логическую формулу в виде высказывания на русском языке:

а) $A \vee B$

б) $X \Leftrightarrow Z$

в) $P \Rightarrow Q$

г) $A \wedge B$

д) $O \Rightarrow T$

е) $Y \Leftrightarrow W$

4. Задача 2**. Представить логическую формулу в виде высказывания на русском языке:

а) $P \Rightarrow Q \wedge T$

б) $A \wedge B \Rightarrow C$

в) $D \Rightarrow G \vee H$

г) $(A \Rightarrow B) \vee C$

д) $A \Leftrightarrow B \vee C$

е) $(X \vee Y) \Leftrightarrow Z$

Практическое задание: «Перевод с естественного языка на формальный»

Как записать следующие высказывания на языке алгебры высказываний, используя логические связки:

1) Я не знаю китайского языка;

2) Под окнами моей квартиры стоит автомобиль «Волга» или «Жигули»;

3) Ваня сидит на западной или восточной трибуне стадиона;

4) Студентка выполняет домашнее задание по математике или по иностранному языку

5) Под окнами моей квартиры стоят автомобили «Волга» и «Жигули»;

6) Идет дождь со снегом;

7) Студентка сидит за столом и решает задачу по математике;

8) Под окнами моей квартиры стоят автомобили «Волга» и «Жигули», но там не стоит грузовой автомобиль;

9) Ваня сидит на западной или восточной трибуне стадиона и смотрит футбольный матч;

10) Студентка сидит за столом и решает задачу по математике, а не письменно выполняет упражнение по английскому языку;

11) Если идет дождь, то асфальт мокрый;

12) Если клятва дана, то она должна выполняться;

13) Если число делится на 9, то оно делится на 3;

14) Если я – Наполеон, то у кошки – черные ноги;

15) Идет дождь или кто-то не выключил душ;

16) Если вечером будет туман, то Сергей или останется дома, или должен будет взять зонт;

17) Если Петр устал или голоден, то он не может напряженно заниматься;

Практическое занятие. Задачи на применение законов формальной логики

Задача 1*. После угона четыре машины: «Жигули», «Волга», «Запорожец» и «Москвич» были перекрашены в один цвет. Известно, что до угона машины были разных цветов: желтого, зеленого, синего, красного. Показания свидетелей позволили выявить следующее. Во-первых, водитель «Жигулей» возил владельца машины желтого цвета, и это был не водитель «Волги». Во-вторых, пассажирами на синей машине видели водителей «Волги» и «Запорожца». В-третьих, водитель «Жигулей» не любит синий цвет, так же сильно, как водитель «Волги» не любит красный цвет. Какой цвет соответствовал каждой марке машины до угона?

Задача 2*. Один из друзей – Андрей, Борис, Владимир, Григорий – археолог, другой юрист, третий физик, четвертый художник. Определить, у кого какая профессия, если известно, что Владимир учился с археологом и юристом в одном вузе. Археолог с Андреем и Григорием ходили в экспедицию. Художник написал портреты Владимира и Григория.

Задача 3*. Сестры Лена, Настя, Даша поссорились с тремя подругами Викой, Машей, Олей. Когда родители попытались выяснить, кто с кем поссорился, Лена сказала: «Я не ссорилась с Викой».

Настя призналась: «Я поругалась с Викой». Даша ответила: «Однозначно, что я до сих пор дружу с Машей». Кто с кем поссорился?

Задача 4**. Три брата: старший, средний, младший женились на трех сестрах другой семьи. Младший брат женился не на младшей сестре, средний не на средней, старший не на старшей. Какой брат на какой сестре женился, если известно, что старшая сестра вышла замуж не за младшего брата?

Задача 5***. Один из друзей-писателей пишет детективы, другой – комедии, третий – фантастику. Их жены не любят читать книги жанров, в которых пишут их мужья. Дети писателей не читают то, что пишут отцы, и то, что читают их матери. Какой жанр из этих трех жанров предпочитают жены и дети писателей, если жена фантаста не любит детективы?

Задача 6***. У трех подружек Черновой, Рыжовой, Беловой цвет волос не соответствует фамилии. Одна из них блондинка, другая рыжая, третья брюнетка. Девушки носят костюмы цвета, не соответствующего цвету волос и фамилии. У кого какой цвет волос, и какого цвета костюмы носят девушки, если Чернова не блондинка?

Задача 7***. У Петрова, Иванова, Максимова имена не соответствуют фамилиям, но при этом одного зовут Максимом, другого Иваном, третьего Петром. Отчества юношей не соответствуют ни их фамилиям, ни именам. Но их отчества: Петрович, Максимович и Иванович. У кого какое имя и отчество,если Максимова точно зовут не Иваном?

Задача 8***. У трех одноклассниц, зеленоглазой, кареглазой, синеглазой, сумочки и кофты зеленого, коричневого и синего цветов. Причем у каждой девушки цвет сумочки не совпадает с цветом глаз, а цвет кофты не совпадает ни с цветом сумочки, ни с цветом глаз. Кому, какого цвета принадлежит сумочка и кофта, если у зеленоглазой подружки не коричневая сумка?

Образец

Задача. У каждой из трех одноклассниц Синельниковой, Красновой и Зелениной есть по одной ручке: у кого-то с зеленым стержнем, у другой с красным, у третьей – с синим. Известно, что у каждой подружки ручка цветом, не соответствующим фамилии. Когда одноклассник попытался выяснить, у какой подружки какая ручка, Синельникова сказала, что у нее однозначно нет зеленой ручки. Какого цвета ручка у каждой из подружек?

Решение задачи с помощью двухмерной таблицы (итог)

	с	к	з
Синельникова	-	+	-
Краснова	-	-	+
Зеленина	+	-	-

2. Самостоятельная работа по теме: «Перевод с естественного языка на формальный»

Задача 1*. Представить высказывания в виде логических формул:

а) Если пойдешь гулять, то возьмешь с собой зонт или наденешь плащ.

б) Человек голоден тогда и только тогда, когда он не умеет готовить.

Задача 2.** Представить высказывания в виде логических формул:

а) Студент не сдал сессию, следовательно, он будет отчислен.

б) Я буду отдыхать, если начнутся каникулы.

в) Неверно, что Земля плоская и вращается вокруг Солнца.

г) Можно будет кататься на роликах или велосипедах, когда наступит лето.

Задача 3*.** Представить предложения в виде логических формул, если это возможно:

а) Прочитай книгу и сходи в кино.

б) Выучил уроки, если помыл посуду.

в) Если сдал экзамен или зачет, можешь отдохнуть с друзьями.

Контрольная работа № 2 Вариант 1

1. Определить, из скольких высказываний состоит предложение. Сформулировать предложение, используя наиболее подходящую логическую связку. Для сформулированного высказывания подчеркнуть простые высказывания, обвести кружком логическую связку: «Сегодня солнечный летний день, значит, на улице жарко, а также нет грозы».

2. Представить в виде логической формулы высказывание: «Если ты не заплатил за проезд, то неверно, что тебя оштрафуют или высадят из автобуса».

3. Представить логическую формулу в виде высказывания на русском языке:

$A \rightarrow \overline{B \vee C}$

4. Доказать с помощью таблиц истинности:

$F = A \wedge B \rightarrow \overline{B} \wedge C$

$F = A \wedge B \leftrightarrow \overline{B} \vee C$

5. Из трех друзей-меломанов один любит рок-музыку, другой – тяжелый рок, третий – поп-музыку. Их девушки также предпочитают одно из этих направлений, но они не любят слушать то, что слушает их друг. Чья девушка, какую музыку предпочитает, если подруга рокера не слушает поп-музыку?

Контрольная работа № 2. Вариант 2

1. Определить, из скольких высказываний состоит предложение. Сформулировать предложение, используя наиболее подходящую логическую связку. Для сформулированного высказывания подчеркнуть простые высказывания, обвести кружком логическую связку: «Студент допущен к экзаменам, следовательно, он сдал все зачеты, а также у него не было много пропущенных занятий».

2. Представить в виде логической формулы высказывание: «Будешь здоровым тогда и только тогда, когда будешь заниматься спортом».

3. Представить логическую формулу в виде высказывания на русском языке:

$\overline{A \vee B} \rightarrow C$

4. Доказать с помощью таблиц истинности:

F= $\overline{B} \vee (A \leftrightarrow C) \wedge C$

F= $A \rightarrow \overline{B} \vee (C \rightarrow B)$

5. Отличник, хорошист, троечник написали контрольную работу на оценку, не соответствующую их статусу. Кто какую оценку получил, если известно, что троечник неполучил пятерку?

Контрольная работа № 2. Вариант 3

1. Определить, из скольких высказываний состоит предложение. Сформулировать предложение, используя наиболее подходящую логическую связку. Для сформулированного высказывания подчеркнуть простые высказывания, обвести кружком логическую связку: «В случае, когда спортсмен не пройдет допинг-контроль или квалификацию, он не будет допущен к соревнованиям».

2. Представить в виде логической формулы высказывание: «Можно будет кататься на роликах или велосипедах, когда наступит лето».

3. Представить логическую формулу в виде высказывания на русском языке:

$\overline{A \land B}$

4. Доказать с помощью таблиц истинности:

$F = \overline{A} \land B \to B \lor C$

$F = B \lor (\overline{A} \leftrightarrow C) \land A$

5. Бегун, прыгун, метатель молота вытянули жребий для участия в «Веселых стартах». Одному из них выпало участие в беге, другому в прыжках, третьему – метание молота, но ни у одного жребий не совпал с их ведущим видом спорта. Какой спортсмен в каком виде соревнований примет участие, если известно, что бегун не будет прыгать?

Контрольная работа № 2 Вариант 4

1. Определить, из скольких высказываний состоит предложение. Сформулировать предложение, используя наиболее подходящую логическую связку. Для сформулированного высказывания подчеркнуть простые высказывания, обвести кружком логическую связку: «Когда я не выполнил домашнее задание и пропустил лекцию, мне стыдно идти на занятие».

2. Представить в виде логической формулы высказывание: «Неверно, что на Земле нет атмосферы или отсутствует жизнь».

3. Представить логическую формулу в виде высказывания на русском языке: $\overline{A} \leftrightarrow B$
4. Док<u>аз</u>ать с помощью таблиц истинности

$A \lor B \to \underline{B} \lor C$

$A \land B \leftrightarrow B \lor C$

5. Переводчики с французского, английского, немецкого языков поехали в командировку: один во Францию, другой в Германию, третий – в Англию. Ни один из переводчиков не попадает в страну, где говорят на языке, с которого он переводит. Какой переводчик, в какую страну поедет, если известно, что в Германию не попадает переводчик с английского языка?

Тема 1.3. **Соответствия, отношения, операции**

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ.
Тема: «ОТНОШЕНИЯ И СООТВЕТСТВИЯ»

1. Даны множества X={2,3,4,5,6,7,8,9} и Y={4,5,6,7,8,9,10,11}.Соответствие R между элементами этих множеств R: "x меньше y в 2 раза" $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.
2. Даны множества X={3,4,5,6,7,8,9,10} и Y={2,3,4,5,6}.Соответствие R между элементами этих множеств R: "x больше y в 2 раза" $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.
3. Даны множества X={3,4,5,6,7,8,9,10} и Y={5,6,7,8,9,10,11}.Соответствие R между элементами этих множеств R: "x меньше y на 2" $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.
4. Даны множества X={5,6,7,8,9,10} и Y={3,4,5,6,7,8,9,10}.Соответствие R между элементами этих множеств R: "x больше y на 2" $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.
5. Даны множества X={3,4,5,6,7,8,9} и Y={4,5,6,7,8,9,10}.Соответствие R между элементами этих множеств R: "$x > y$" $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.
6. Даны множества X={4,5,6,7,8} и Y={3,4,5,6,7}.Соответствие R между элементами этих множеств R: "$x < y$" $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.
7. Даны множества X={5,6,7,8,9,10} и Y={4,5,6,7,8,9}.Соответствие R между элементами этих множеств R: "$x \leq y$" $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.
8. Даны множества X={5,6,7,8,9,10} и Y={5,10,14,21,16,17}.Соответствие R между элементами этих множеств R: "X делитель Y" $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.
9. Даны множества X={7,8,9,10,11,12,13,14} и Y={9,10,11,12.13,15,16}.Соответствие R между элементами этих множеств R:»$x \geq y$ «, $x \in X$, $y \in Y$. Укажите все пары, находящиеся в данном соответствии; постройте его граф и график; укажите область определения и множество значений соответствия; сформулируйте соответствие обратное и противоположное данному; постройте их графы и графики.

Задачи решите, составив пропорцию.

1. Стальной шарик объёмом 6 см ^{3} имеет массу 46,8 г. Какова масса шарика из той же стали, если его объём 2,5 см3?
2. Из 21 кг хлопкового семени получили 5,1 кг масла. Сколько масла получится из 7 кг хлопкового семени?
3. Для строительства стадиона 5 бульдозеров расчистили площадку за 210 мин. За какое время 7 бульдозеров расчистили бы эту площадку?
4. Для перевозки груза потребовалось 24 машины грузоподъёмностью 7,5 т. Сколько нужно машин грузоподъёмностью 4,5 т, чтобы перевезти тот же груз?
5. Для определения всхожести семян посеяли горох. Из 200 посеянных горошин взошло 170. Какой процент горошин дал всходы (процент всхожести)?
6. Весной при проведении работ по озеленению города на улице посадили липы. Принялось 95% всех посаженных лип. Сколько посадили лип, если принялось 57 лип?
7. В лыжной секции занимаются 80 учащихся. Среди них 32 девочки. Какой процент участников секции составляют девочки и какой — мальчики?
8. Завод должен был за месяц по плану выплавить 980 т стали. Но план выполнили на 115%. Сколько тонн стали выплавил завод?
9. За 8 месяцев рабочий выполнил 96% годового плана. Сколько процентов годового плана выполнит рабочий за 12 месяцев, если будет работать с той же производительностью?
10. За три дня было убрано 16,5% всей свёклы. Сколько потребуется дней, чтобы убрать 60,5% всей свёклы,если работать с той же производительностью?
11. В железной руде на 7 частей железа приходится 3 части примесей. Сколько тонн примесей в руде, которая содержит 73,5 т железа?
12. Для приготовления борща на каждые 100 г мяса надо взять 60 г свёклы. Сколько свёклы надо взять на 650 г мяса?

Задание: Прочитайте тексты предложенных задач. Определите, является ли прямой пропорциональной или обратной пропорциональной зависимость между величинами. В столбце “П,О” представленной ниже таблицы поставьте букву «П», если зависимость прямая, букву “О”, если зависимость обратная и прочерк, если нет зависимости.

№	**Тексты задач**	**П,О**	**+/-**
1	7 маляров могли бы покрасить забор за 18 дней. За сколько днейпокрасят тот же забор 12 маляров?		
2	В 1000 г раствора содержится 8 г соли. Сколько соли содержится в 300 г раствора?		
3	9 батонов хлеба весят 6 кг. Сколько весят 15 таких же батонов?		
4	Для изготовления 24 приборов необходимо 56 т металла. Сколько металла необходимо для изготовления 36 таких же приборов?		
5	Для варки варенья из черники на 16 кг ягод берут 12 кг сахарного песку. Сколько сахарного песку надо взять на 24 кг ягод?		

6 Д	я 14 коров хватит заготовленного корма на 36 дней. На сколько дней хватит этого корма для 12 коров?		
7	Для приготовления манной каши на 5 стакана крупы берут 500 г молока. Сколько надо взять крупы на 600 г молока?		
8	теплоход за 3 ч проплыл по реке 38,6 км. Какое расстояние он проплыветза 9 ч?		
9	Для 45 человек необходимо 90 кг продуктов. Сколько необходимо продуктов для 64 человек?		
10	Строительные работы могут выполнить 10 рабочих за 13 дней. Сколько нужно рабочих, чтобы выполнить те же работы за 5 дней?		

Контрольная работа № 2 по теме «Прямая и обратная пропорциональности»

Вариант 1

1. Площадь поверхности параллелепипеда можно вычислить по формуле $S = 2(ab + bc + ac)$. Найдите площадь поверхности параллелепипеда, если a = 4см, b = 2,5см, c = 6см.

2. Лыжники должны пройти a км. Они идут со скоростью v км/ч. Составьте формулу для вычисления расстояния S, которое останется пройти лыжникам через t ч.

3. В бассейн начали подавать воду, и через некоторое время вода поднялась до уровня 30 см. До какого уровня поднялась бы вода за это же время, если бы скорость подачи воды была в 3 раза выше?

4. Найдите неизвестный член пропорции $\frac{7}{5} = \frac{0,21}{a}$.

5. На каждые 100 км пути автомобиль расходует 9 л бензина. Сколько бензина потребуется, чтобы проехать 450 км?

6. *Даны три числа: 15, 6 и 5. Найдите четвертое число, чтобы из этих чисел можно было составить пропорцию. Найдите все решения задачи.*

7. *Автомобиль проехал некоторое расстояние за 2,4 ч. За какое время он проедет это расстояние, если уменьшить скорость на 20%?*

8. *Периметр треугольника равен 70 см. Найдите длины сторон этого треугольника, если АВ относится к ВС как 3:4, а ВС относится к АС как 6:7.*

Вариант 2

1. Площадь поверхности цилиндра можно вычислить по формуле= $S+\ 2\pi r\left(r \quad h\right)$. Найдите площадь поверхности цилиндра, если r = 5 см, h = 10 см ($\pi \approx 3{,}14$).

2. Чашка чая и пирожок стоят соответственно a р. и b р. Составьте формулу для вычисления оплаты C за m чашек чая и n пирожков.

3. Цех за 6 дней выполнил некоторый заказ на изготовление бетонных плиток для дорожек. За какое время такое же количество плиток изготовит другой цех, производительность которого в 2 раза ниже?

4. Найдите неизвестный член пропорции $\frac{x}{6} = \frac{7}{4,2}$.

5. Распределите 450 тетрадей пропорционально числам 2:3:4.

6. *Найдите неизвестное число x, если* $\frac{1}{3x} = \frac{5}{0,3}$.

7. *Скорость автомобиля на трассе оказалась на 50% выше скорости этого автомобиля по городу. Какое время затрачивает автомобиль на трассе на преодоление расстояния, на которое в городе у него уходит 1,2 ч?*

8. *Всего имеется 400 г семян. Их надо насыпать в три пакета так, чтобы масса семян в первом пакете составила 40%, масса семян во втором пакете – 50% массы семян в третьем пакете. Сколько семян будет в каждом пакете?*

Тема: «Задача и процесс её решения»

Практическая работа № 1 «Текстовая задача и её структура»

1. Прочитайте задачи. Подчеркните условие одной чертой. Подчеркните вопрос волнистой линией.

- Коля свой дневник с двойками закопал на глубину 5 метров, а Коля закопал свой дневник на глубину 12 метров. На сколько метров глубже закопал свой дневник с двойками Толя?
- 40 бабушек пришли на именины к одному дедушке. Каждая бабушка принесла в подарок по две расчески. Сколько расчесок получил от бабушек совершенно лысый именинник?
- Когда Коля и Толя были маленькими, они часто пугались, и от страха у них по спинам мурашки бегали. У Коли по спине бегало 27 мурашек,а у Толи на 3 мурашки больше. Сколько мурашек бегало у Коли и Толи по спинам, когда они были маленькими и часто пугались?

2. Преврати тексты в задачу. Реши их.
    - После получасовой драки у Пети оказалось 7 синяков, а у его друзей на 12 синяков больше. Сколько всего учеников в этой школе?
    - Шерлок Холмс на каждых 12 страницах разоблачает трех преступников.
    - Сколько лет прожил Кощей Бессмертный без паспорта?
3. Найди задачу с недостающими данными. Исправь. Реши.
    - Если в кастрюлю с 5 литрами горохового супа бросить мяч, 2 литра супа выплеснутся. Сколько литров супа останется в кастрюле?
    - 4 папы купили для своих детей 9 трусиков. Сколько детей останутся без трусиков?
4. Сделай так, чтобы задача была решаемой. Реши новую задачу:
   Личный попугай капитана Флинта изучил 1567 ругательств на разных языках. 471 ругательство на английском, 652 на французском и 445 на испанском языках. Остальные ругательства попугай почерпнул из великого и могучего русского языка. Сколько ругательств почерпнул личный попугай капитана Флинта из русского языка?
5. Исправь задачу с избыточными данными и реши.
   Клюша наклюсюкал 256 парфусиков, а Плюша наплюфукал в 3 раза больше парфусиков. У Мряки в 4 раза больше парфусикков, чем у Клюши,да ёщё отнял у Клюши половину его парфусиков. Сколько парфусиков у Мряки?

Практическая работа «Проверка решения задачи»

1 способ – решение задачи другим способом

Задание 100. Решите задачи различными арифметическими способами:

а) Три работницы упаковывали детали в ящики. Каждая упаковала 15 ящиков по 12 деталей. Сколько всего деталей упаковали работницы?

б) Для перевозки пассажиров 2 автобазы выделили по 3 автобуса. Сколько пассажиров перевезено за один рейс, если каждый автобус вмещал по 32 пассажира?

в) В каждую из 7 ваз положили по 5 яблок и 3 апельсина. Сколько всего фруктов положили в вазу?

г) Для украшения новогодней елки каждый из пяти ребят получил по 3 шара и 4 фонарика. Сколько всего игрушек раздали ребятам?

д) Удачливый рыболов поймал 12 лещей, столько же окуней, а плотвичек на 4 больше, чем лещей и окуней вместе. Сколько всего рыб поймал рыболов?

е) Для полноценного питания коровы заготовили сначала 15 снопов сена, а потом еще 28 таких же снопов. Сколько снопов у него осталось, если 7 таких снопов корова съела осенью? Хватит ли этого количества, если для пропитания коровы на зиму и весну требуется 40 таких снопов?

Задание 124. Решите различными арифметическими способами следующие задачи:

а) На 5 автомашинах доставили 35 т зерна. Сколько таких машин потребуется для доставки оставшихся 105 т зерна?

б) За 2 месяца из ремонта выпущено 8 сеялок. Сколько сеялок будет выпущено за 6 месяцев, если каждый месяц выпускают поровну?

в) На старом токарном станке токарь на изготовление трех деталей затрачивал 1 час 30 минут, а на новом станке в 2 раза меньше. На сколько деталей больше сделает токарь за смену на новом станке, если продолжительность смены 6 часов?

г) Два мальчика выбежали одновременно навстречу друг другу. Один пробегал за каждые 3 минуты 420 метров, а другой – 600 метров за каждые 4 минуты. Мальчики встретились через 12 минут. Какое расстояние пробежал каждый мальчик до встречи?

д) Один столяр сделал 8 скамеек, а другой только 5. Первый столяр получил за работу на 24 руб. больше, чем второй. Сколько получил за работу каждый из них?

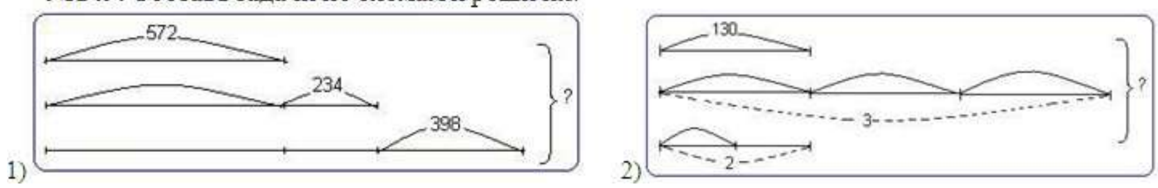
е) Одна хозяйка купила 9 огурцов, а другая 6. Вторая хозяйка заплатила на 18 коп. меньше, чем первая. Сколько денег заплатила за огурцы каждая хозяйка?

ж) В баке было 36 ведер воды. Были одновременно открыты две трубы. Через одну из них вливалось 5 ведер в минуту, а через вторую вытекало 9 ведер. За сколько минут опорожнится бак? (за 9 минут.)

2 способ – составление и решение обратных задач.

Составьте задачи к схемам и решите их. К каждой задаче составьте обратные задачи(можно использовать схемы, а не текст)

№149. Составь задачи по схемам и реши их.



Практическая работа: «Система упражнений по формированию умения решать задачи в различных УМК»

Задание. Для работы с текстовыми задачами часто применяют задачи, содержание которых необходимо дополнить (поставить вопрос; подобрать условие задачи и т.д.). Выполните предложенные ниже задачи. Сделайте подборку аналогичных заданий по другим учебникам. Чем каждая подборка отличается от другой? Что у них общее?

а) по учебникам и учебному пособию М.И. Моро:

1) Юля отгадала 7 загадок, а Денис на 2 меньше. Сколько … Денис?
2) Катя прочитала 4 книги, а Вера на 2 больше. Сколько … Вера?
3) На пластинке записаны с одной стороны 4 песни, а с другой 3. Сколько …?
4) Сделай к каждой задаче рисунок и реши ее. Сравни задачи и их решения:
   1. В одной вазе 12 яблок, а в другой на 4 яблока меньше. Сколько яблок во второй вазе?
   2. В одной вазе 12 яблок, а в другой в 4 раза меньше. Сколько яблок во второй вазе?
   * Измени вопрос задачи 1 так, чтобы она решалась двумя действиями, реши ее [с. 15].

б) по учебнику И.И. Аргинской:

№ 74. Мама принесла домой яблоки, груши и апельсины – всего 10 штук. Яблок было 4. Сколько мама принесла груш?

1) Можно ли найти ответ на вопрос? Если нет, то почему? Измени текст так, чтобы можно было найти ответ. Реши задачу.
2) Измени условие так, чтобы новая задача решалась одним действием.

№ 81. а) Когда из мешка муки взяли 9 кг, в нем осталось 6 кг. Сколько муки было в мешке сначала?

б) В мешке было 15 кг муки. Из него взяли 9 кг. Сколько муки осталось?

в) В мешке было 15 кг муки. Часть муки израсходовали, и тогда осталось 6 кг. Сколько муки израсходовали?

1) Сравни между собой эти задачи. Чем они похожи? Чем отличаются?
2) Реши задачи. Сравни решения. Что ты о них можешь сказать? Какая связь между решениями?
3) Ты правильно ответил? Такие задачи в математике называются *обратными*. Как ты думаешь, почему их так назвали?

№ 118. Во время игры ребята построились в 6 рядов, по 4 человека в каждом ряду. Найди число всех участников игры, если потом в игре приняли участие еще 5 человек.

1) Найди в задаче условие и вопрос. Реши задачу.
2) Измени текст задачи так, чтобы вопрос стоял после условия, а в его конце нужно было поставить вопросительный знак.

Изменится ли при этом решение задачи?

№ 250. Из 24 м шелка сшили 3 платья, 2 блузки и 2 халата. На блузки пошло 4 м шелка, на платья – на 8 м больше, чем на блузки, а на халаты – остальной шелк. Сколько метров шелка пошло на халаты?

Реши задачу. Все ли числа в задаче понадобились для ее решения?

Измени условие задачи так, чтобы в нем остались только те числа, которые необходимы для ее решения.

№ 6. В коробке было 25 кубиков трех разных цветов. Красных было 12, синих – 8, а остальные – зеленые. Сколько было зеленых кубиков?

Как ты думаешь, это задача? Объясни свой ответ. Можно ли сразу ответить на вопрос задачи? Почему? Реши задачу.

Можно ли ее решить разными способами? Если можешь, найди другое решение.

в) по учебному пособию С.И. Волковой и Н.Н. Столяровой:

1) Мама купила 2 пакета сахарного песка и оба израсходовала на варенье. Сколько килограммов сахарного песка купила мама?

Можно ли ответить на вопрос задачи?

2) У Коли 10 марок. Он отдал другу 3 большие марки и 3 маленькие. Сколько марок Коля отдал другу?

Все ли данные нужны для решения задачи? Поставь вопрос так, чтобы при решении нужно было использовать все условие.

3) В вазе 7 яблок. В нее положили еще несколько яблок. Сколько яблок стало в вазе? Дополни условие и реши задачу.

Практическая работа: «Аналитический и синтетический способ рассуждения при решении задачи»

1 вариант

1. Прочитайте текст и запишите следующие понятия

Аналитический способ рассуждений –

Синтетический способ рассуждений –

В начальной школе применяют два основных способа рассуждений при решении задачи: аналитический и синтетический. *Аналитический способ* более подробный. Он начинается с главного вопроса задачи и постепенно восходит к величинам, данным в условии. Он используется, как правило, при освоении нового вида задачи. На начальном этапе обучения этот метод заключается в многократном последовательном использовании анализа. Применительно к текстовым задачам он позволяет расчленить составную задачу на систему простых задач. При *синтетическом способе* рассуждений мысль движется в обратном порядке: от условия задачи к главному вопросу. Этот способ является менее развернутым и используется, как правило, при разборе уже знакомых задач.

Синтез – логическая операция установления связи между составными частями исследуемого объекта и изучения его как единого целого. Исследуемый объект называется требованием задачи, а его элементы описываются в условии. Сущность *синтетического метода поиска решения задачи* состоит в установлении связей между данными условия задачи и получении таким образом новых данных. Затем устанавливаются связи между полученными данными и т.д., до тех пор, пока не будет найдено требуемое. Однако при решении задач чаще всего пользуются аналитико-синтетическим методом.

2. Прочитайте описание аналитического способа рассуждения.

В.В. Зайцев предлагает такое описание *аналитического способа рассуждения* при решении следующей задачи: «В первой тарелке 5 груш, а во второй на 2 груши меньше. Сколько груш в двух тарелках?»

– Что известно в задаче? (В первой тарелке 5 груш, а во второй на 2 груши меньше.)

– Какой главный вопрос в задаче? (Сколько груш в двух тарелках?)

– Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? (Нет.)

– Что для этого нужно знать? (Сколько груш в каждой тарелке.)

– Сколько груш в первой тарелке? (5.)

– А что сказано про вторую? (В ней на 2 груши меньше.)

– Как узнать, сколько груш на второй тарелке? (Нужно из 5 вычесть 2.)

– Как потом узнать, сколько груш в двух тарелках? (Нужно к тому, что получится в первом действии, прибавить 5.)

– Верно. Итак, сколько действий в этой задаче? (Два.)

– Какое первое действие? (Из 5 вычтем 2.)

– Что мы узнаем, выполнив это действие? (Сколько груш во второй тарелке.)

– Что будем делать во втором действии? (К результату первого действия прибавим 5.)

– Что узнаем, выполнив это действие? (Сколько груш в двух тарелках.)

Краткая запись условия:

$$\left.\begin{array}{l}\text{1 т. – 5 г.}\\ \text{2 т. – ? на 2 г. меньше}\end{array}\right\}?$$

Запись решения задачи (*по действиям с пояснением)*

1) 5 – 2 = 3 (г.) – было во 2 тарелке.

2) 5 + 3 = 8 (г.) – всего в двух тарелках.

Ответ: 8 груш.

3. Постройте по данному образцу работу над задачами:

а) Школьники сделали альбом «Наши экскурсии». В альбоме 37 фотографий, а рисунков – на 16 больше. Сколько фотографий и рисунков в альбоме?

б) Пакет молока стоит 18 рублей. Сколько сдачи получит Маша со 100 рублей, если она купила 3 пакета?

4. Прочитайте описание синтетического способа рассуждения.

Синтетический способ рассуждения проиллюстрируем на примере такой задачи:

«Вырезали 6 красных флажков и 4 синих. 3 флажка повесили на елку. Сколько флажков осталось?»

- Что известно в задаче? (Вырезали 6 красных флажков и 4 синих. 3 флажка повесили на елку.)

– Какой главный вопрос в задаче? (Сколько флажков осталось?)

– Зная, что вырезали 6 красных флажков и 4 синих, что мы можем узнать? (Сколько всего флажков вырезали.)

– Каким действием это узнаем? (Сложением.)

- Зная, сколько флажков вырезали, и что 3 из них повесили на елку, что мы можем найти? (Сколько флажков осталось.)
- Каким действием это найдем? (Вычитанием.)

Краткая запись условия:

Вырезали	6 ф.	и	4 ф.
Повесили	3 ф.		
Осталось	?		

Запись решения задачи *(составлением выражения)*

(6 + 4) – 3 = 7 (ф.)

Ответ: 7 флажков осталось.

5. Постройте по данному образцу работу над задачами:

а) *В рулоне было 30 метров ткани. От него отрезали два куска длиной 7 и 9 метров. Сколько ткани осталось в рулоне?*

б) Килограмм конфет стоит 167 р. Маша купила 2 кг конфет и получила 166 р. Сдачи. Сколько денег она дала кассиру?

2 вариант

3. Прочитайте текст и запишите следующие понятия

Аналитический способ рассуждений –

Синтетический способ рассуждений –

В начальной школе применяют два основных способа рассуждений при решении задачи: аналитический и синтетический. *Аналитический способ* более подробный. Он начинается с главного вопроса задачи и постепенно восходит к величинам, данным в условии. Он используется, как правило, при освоении нового вида задачи. На начальном этапе обучения этот метод заключается в многократном последовательном использовании анализа. Применительно к текстовым задачам он позволяет расчленить составную задачу на систему простых задач. При *синтетическом способе* рассуждений мысль движется в обратном порядке: от условия задачи к главному вопросу. Этот способ является менее развернутым и используется, как правило, при разборе уже знакомых задач.

Синтез – логическая операция установления связи между составными частями исследуемого объекта и изучения его как единого целого. Исследуемый объект называется требованием задачи, а его элементы описываются в условии. Сущность *синтетического метода поиска решения задачи* состоит в установлении связей между данными условия задачи и получении таким образом новых данных. Затем устанавливаются связи между полученными данными и т.д., до тех пор, пока не будет найдено требуемое. Однако при решении задач чаще всего пользуются аналитико-синтетическим методом.

4. Прочитайте описание аналитического способа рассуждения.

В.В. Зайцев предлагает такое описание *аналитического способа рассуждения* при решении следующей задачи: «В первой тарелке 5 груш, а во второй на 2 груши меньше. Сколько груш в двух тарелках?»

– Что известно в задаче? (В первой тарелке 5 груш, а во второй на 2 груши меньше.)

– Какой главный вопрос в задаче? (Сколько груш в двух тарелках?)

– Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос? (Нет.)

– Что для этого нужно знать? (Сколько груш в каждой тарелке.)

– Сколько груш в первой тарелке? (5.)

– А что сказано про вторую? (В ней на 2 груши меньше.)

– Как узнать, сколько груш на второй тарелке? (Нужно из 5 вычесть 2.)

– Как потом узнать, сколько груш в двух тарелках? (Нужно к тому, что получится в первом действии, прибавить 5.)

– Верно. Итак, сколько действий в этой задаче? (Два.)

– Какое первое действие? (Из 5 вычтем 2.)

– Что мы узнаем, выполнив это действие? (Сколько груш во второй тарелке.)

– Что будем делать во втором действии? (К результату первого действия прибавим 5.)

– Что узнаем, выполнив это действие? (Сколько груш в двух тарелках.)

Краткая запись условия:

$\left.\begin{array}{l}\text{1 т. - 5 г.}\\ \text{2 т. - ? на 2 г. меньше}\end{array}\right\}?$

Запись решения задачи (*по действиям с пояснением)*

3) 5 – 2 = 3 (г.) – было во 2 тарелке.

4) 5 + 3 = 8 (г.) – всего в двух тарелках.

Ответ: 8 груш.

3. Постройте по данному образцу работу над задачами:

а) Одна сказка занимает 32 страницы, а вторая – на 10 больше. Сколько страниц занимают обе сказки?

б) Карандаш стоит 4 р. Купили 10 карандашей. Сколько сдачи получили с 50 р.??

6. Прочитайте описание синтетического способа рассуждения.

Синтетический способ рассуждения проиллюстрируем на примере такой задачи:

«Вырезали 6 красных флажков и 4 синих. 3 флажка повесили на елку. Сколько флажков осталось?»

- Что известно в задаче? (Вырезали 6 красных флажков и 4 синих. 3 флажка повесили на елку.)
  - Какой главный вопрос в задаче? (Сколько флажков осталось?)
  - Зная, что вырезали 6 красных флажков и 4 синих, что мы можем узнать? (Сколько всего флажков вырезали.)
  - Каким действием это узнаем? (Сложением.)
- Зная, сколько флажков вырезали, и что 3 из них повесили на елку, что мы можем найти? (Сколько флажков осталось.)
- Каким действием это найдем? (Вычитанием.)

Краткая запись условия:

Вырезали	6 ф.	и	4 ф.
Повесили	3 ф.		
Осталось	?		

Запись решения задачи *(составлением выражения)*

(6 + 4) – 3 = 7 (ф.)

Ответ: 7 флажков осталось.

7. Постройте по данному образцу работу над задачами:

а) *В реке нежились 18 крокодилов, 7 бегемотов и множество черепах. Всего было 63 животных. Сколько было черепах?*

б) Яблоки разложили в пакеты по 3 кг. Получилось 17 пакетов и 2 кг яблок осталось. Сколько было килограммов яблок?

Практическая работа: «Решение задач на процессы, характеризуемые разнородными величинами. Задачи на встречное движение»

1 вариант

1. *Выделите условие и требование. Назовите известные и искомые объекты. Определите все отношения (зависимости) между ними в следующей задаче.* От двух пристаней одновременно навстречу друг другу отошли катер и лодка. До встречи катер прошёл 48 км, а лодка - 24 км. Скорость лодки - 8 км/час. Найдите скорость катера. *Решите задачу.*
2. *Постройте вспомогательную модель к следующей задаче. Решите её.* От двух пристаней одновременно отошли навстречу друг другу два катера, которые встретились через 3 ч. Скорость одного катера - 15 км/час, скорость второго катера - 18 км/час. Найдите расстояние между пристанями.
3. *Проведите аналитический способ рассуждения при поиске плана решения следующей задачи. Решите её.* Из двух городов выехали одновременно навстречу друг другу два мотоциклиста. Один мотоциклист двигался со скоростью 80 км/час. Он проехал до встречи 320 км. Какое расстояние до встречи проехал второй мотоциклист, если он двигался со скоростью 65 км/час?

4. *Проведите синтетический способ рассуждения при поиске плана решения следующей задачи. Решите её.* От двух пристаней отошли одновременно навстречу друг другу катер и лодка и встретились через 3 ч. Скорость лодки - 15 км/час, скорость катера - в 4 раза больше. Найдите расстояние между пристанями.
5. *Решите задачу двумя способами.* С двух аэродромов одновременно вылетели навстречу друг другу два самолёта и встретились через 3 ч. Скорость одного самолёта 600 км в час, а второго самолёта - 900 км/час. Найдите расстояние между аэродромами.
6. *Запишите решение задачи четырьмя способами*. Из двух городов, расстояние между которыми 840 км, вышли одновременно навстречу друг другу 2 поезда. Скорость первого поезда - 100 км/час, второго - на 10 км/час больше. Через сколько часов поезда встретятся?
7. *Объясните, используя условия данной задачи, смысл следующих выражений: 12 х 5; 12 + 12х5; 12 х 5; 12х5х5.* От двух пристаней отошли одновременно навстречу друг другу катер и лодка. Они встретились через 5 часов. Скорость лодки - 12 км/час, а скорость катера - в 5 раз больше. Найдите расстояние между пристанями.
8. *Составьте две обратных задачи и решите их.* Из одного города в другой одновременно навстречу друг другу вышли два поезда и встретились через 9 часов. Скорость одного поезда - 48 км/час, а скорость другого - на 5 км/час больше другого. Найдите расстояние между городами.
9. *Придумайте дополнительные задания к задаче (по преобразованию задач: измени условие так, чтобы…; измени вопрос так, чтобы…)* От деревни до города 340 км. Из деревни в город выехал мотоциклист со скоростью 42 км/час. Спустя 2 часа навстречу ему выехал велосипедист со скоростью 22 км/час. Через сколько часов они встретятся?

2 вариант

1. *Выделите условие и требование. Назовите известные и искомые объекты. Определите все отношения (зависимости) между ними в следующей задаче. Решите задачу.* От одной пристани отплыл в 11 часов ночи пароход, проходивший по 15 км/час, а от другой пристани навстречу ему в 3 часа следующего утра вышел другой пароход, проходивший по 17 км/час. Через сколько часов после отплытия второго парохода они встретятся, если между пристанями 380 км?
2. *Постройте вспомогательную модель к следующей задаче.* Два туриста, расстояние между которыми 140 км, выехали навстречу друг другу один после другого через 3 часа. Через сколько часов после отъезда первого они встретятся, если первый проезжал 10 км/час, а второй 12 км/час?
3. *Проведите аналитический способ рассуждения при поиске плана решения следующей задачи. Решите её.* От двух пристаней навстречу друг другу одновременно вышли теплоход и катер. Теплоход шёл со скоростью 33 км/час, а катер - 25 км/час. Через 3 часа они встретились. Чему равно расстояние между пристанями?
4. *Проведите синтетический способ рассуждения при поиске плана решения следующей задачи. Решите её.* Из двух деревень одновременно навстречу друг другу вышли девочка, которая двигалась со скоростью 3 км/час, и мальчик, который двигался в 2 раза быстрее, чем девочка. Встреча произошла через 4 часа. Какое расстояние между деревнями?
5. *Решите задачу двумя способами.* Из двух городов, расстояние между которыми 484 км, вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость одного поезда 45 км/час. Определите скорость другого поезда, если поезда встретились через 4 часа.
6. *Запишите решение задачи четырьмя способами*. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились пассажирский и товарный поезда. Они встретились через 12 часов. Какое расстояние между городами, если известно, что скорость пассажирского поезда - 75 км/час, товарного - 35 км/час?
7. *Объясните, используя условия данной задачи, смысл следующих выражений: 42х6; 52х6; 42+52; 52-42; (42+52) х 6.* Из двух городов одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Один шёл со скоростью 42 км/час, а другой - 52 км/час. Через 6 часов поезда встретились. Найдите расстояние между городами.
8. *Составьте две обратных задачи и решите их.* Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста и встретились через 10 минут. Скорость одного из них - 920 м/мин, а другого - 970 м/мин. Найдите расстояние между городами.

9. *Придумайте дополнительные задания к задаче (по преобразованию задач: измени условие так, чтобы…; измени вопрос так, чтобы…)* Из двух городов, расстояние между которыми 1380 км, вышли одновременно навстречу друг другу два поезда и встретились через 10 часов. Скорость одного из них - 75 км/час. Найдите скорость другого поезда.

Практическая работа: «Решение задач на процессы, характеризуемые разнородными величинами. Задачи на движение в одном направлении»

1 вариант

1. *Выделите условие и требование. Назовите известные и искомые объекты. Определите все отношения (зависимости) между ними в следующей задаче.* За два дня самолёт пролетел с одинаковой скоростью 10240 км. В1-й день в полёте он был 10 часов, а во 2-й - 6 часов. Сколько километров пролетел самолёт в каждый день?
2. *Постройте вспомогательную модель к следующей задаче. Решите её.* Машина в 1-й день прошла за 9 часов 522 км. Во 2-й день машина была в пути 7 часов и шла с прежней скоростью. Сколько всего километров прошла машина за эти 2 дня?
3. *Проведите аналитический способ рассуждения при поиске плана решения следующей задачи. Решите её.* Самолёт пролетает 960 км за 2 часа. За сколько часов пролетит то же расстояние другой самолёт, скорость которого в два раза больше?
4. *Проведите синтетический способ рассуждения при поиске плана решения следующей задачи. Решите её.* Автомобиль за 4 часа прошёл 240 км. Сколько километров он пройдёт за 7 часов, если его скорость увеличится на 6 км/час?
5. *Решите задачу двумя способами.* Поезд, скорость которого 30 км/час, проходит путь от одного города до другого за 6 часов. За сколько часов пройдёт автомобиль половину этого пути, если будет проходить по 45 км/час?
6.*Запишите решение задачи четырьмя способами.*Туристы за два дня похода прошли84км, двигаясь с одинаковой скоростью. В 1-й день они были в пути 7 часов, а во 2-й - 5 часов. Какое расстояние прошли туристы в каждый из этих дней?
7. *Объясните, используя условия данной задачи, смысл следующих выражений:12х4; 30-4; 90: 3; 12: 4; 90:30+12:4.* Какое время туристы затратили на весь путь, если они 90 км проехали на катере со скоростью 30 км/час и прошли пешком 12 км со скоростью 4 км/час?
8. *Составьте две обратных задачи и решите их.* Пешеход шёл со скоростью 9 км/час в течение 2 часов. После этого ему осталось пройти в 3 раза больше того, что он прошёл. Сколько всего километров должен пройти пешеход?
9. *Придумайте дополнительные задания к задаче (по преобразованию задач: измени условие так, чтобы…; измени вопрос так, чтобы…)* Спортсмены бежали три забега по 500 м, а потом ещё 1000 м. Сколько метров им осталось пробежать, если весь путь равен 6000 м?

2 вариант

1. *Выделите условие и требование. Назовите известные и искомые объекты. Определите все отношения (зависимости) между ними в следующей задаче.* За 6 часов теплоход прошёл 300 км, а поезд прошёл за 6 часов 1080 км. На сколько скорость поезда больше, чем скорость теплохода?
2. *Постройте вспомогательную модель к следующей задаче. Решите её.* Студенты ехали по железной дороге 12 часов, а на автобусе 8 часов. На сколько больше они проехали по железной дороге, если скорость поезда - 65 км/час, а автобуса - 40 км/час?
3. *Проведите аналитический способ рассуждения при поиске плана решения следующей задачи. Решите её.* За 5 часов грузовая машина прошла 195 км, а легковая машина за 3 часа прошла 360 км. На сколько скорость легковой машины больше скорости грузовой?
4. *Проведите синтетический способ рассуждения при поиске плана решения следующей задачи. Решите её.* Экскурсанты ехали на пароходе 7 часов со скоростью 32 км/час и на автобусе 3 часа со скоростью 70 км/час. Сколько всего километров проехали экскурсанты?
5. *Решите задачу двумя способами.* Туристы сделали 3 перехода по 4 км, а потом ещё 9 км. Сколько километров им осталось пройти, если весь путь составляет 32 км?
6. *Запишите решение задачи четырьмя способами*. Гоночный автомобиль за 6 часов прошёл 720 км, а легковой автомобиль за 4 часа 240 км. Во сколько раз скорость гоночного автомобиля больше?
7. *Объясните, используя условия данной задачи, смысл следующих выражений:18х5; 18х5:10; 18-(18х5:10);10-5*. Туристы в первый день ехали 5 часов со скоростью 18 км/час. Во второй день они проехали с одинаковой скоростью такое же расстояние за 10 часов. С какой скоростью ехали туристы во второй день?
8. *Составьте две обратных задачи и решите их.* Поезд прошёл 352 км. 3 часа он шёл со скоростью48 км/час.Остальную часть пути прошёл за4часа.С какой скоростью шёл поезд остальной путь?
9. *Придумайте дополнительные задания к задаче (по преобразованию задач: измени условие так, чтобы…; измени вопрос так, чтобы…)* Какое расстояние прошли туристы, если они в первый день шли со скоростью 6 км/час, а во второй день в 2 раза быстрее?

Практическое занятие по теме: «Система заданий по решению задач на движение в различных УМК»

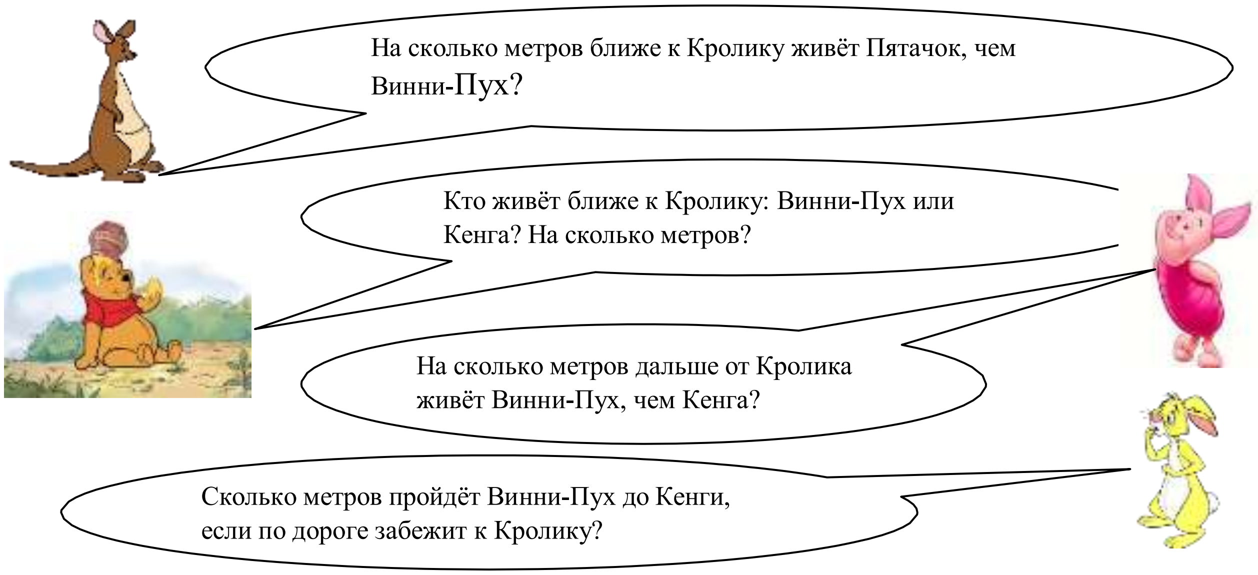
Задание 1. *Проанализируйте следующие задачи и выделите в каждой из них все условия, установите, какие объекты входят в каждое условие, какие характеристики или отношения между объектами заданы в этих условиях.*

а) Один поезд не доехал до Владимира 27 км, а другой отъехал от Владимира в том же направлении 63 км. Как велико расстояние между этими поездами?

б) Путешественник проехал автобусом и поездом всего 600 км, причем автобусом он проехал в 4 раза меньше, чем поездом. Сколько часов был в пути путешественник, если автобусом он проезжал 30 км в час, а поездом 32 км в час?

в) Скорость лошади – 9 км в час, а поезда – в 5 раз быстрее. На сколько скорость поезда больше скорости лошади?

Задание 2. *Составьте серию побуждающих и уточняющих вопросов к следующей задаче:*
Кристофер Робин предложил друзьям составить задачу о них и начал её так: «Путь от Винни-Пуха до Кролика на 56 м длиннее пути Пятачка до Кролика. Путь от Кенги до Кролика на 27 м короче пути Кролика до Пятачка.
Прочти, как закончили текст друзья. Раскрась тех, у кого получилась задача, которую ты можешь решить.



Задание 3. (Е.П. Бененсон, Л.С. Итина). Собери текст простой задачи. Обведи красным части ее условия, зеленым – подходящий вопрос; покажи синими стрелками, в каком порядке этот текст должен быть записан.

Задание 4. От порта к бухте отправился катер. В то же время навстречу ему от бухты поплыла лодка с туристами. Через 20 минут они одновременно проплыли мимо одного и того же пляжа.


С помощью стрелок расположи величины по возрастанию. Раскрась то, что было ближе к пляжу за 8 минут до встречи.

а) Скорость катера | Скорость сближения катера и лодки | Скорость лодки

б) Расстояние от порта до Бухты | Расстояние от Бухты до пляжа | Расстояние от пляжа до порта

в) Время от начала пути до встречи | Время, которое катер плыл от порта до Бухты | Время, которое лодка плыла от Бухты до порта | Время, которое катер плыл от пляжа до Бухты

Задание 5. *Для ознакомления с задачами на движение ряд авторов пропедевтически вводят задания, позволяющие отрабатывать либо отдельные этапы решения задач на движение, либо понятия, которые в дальнейшем могут оказаться в этих задачах базовыми. Выделите эти понятия в задачах Э.И. Александровой, которые предложены ниже. Составьте серию побуждающих и уточняющих вопросов для решения каждой из них.*

№ 106. Летчик пролетел в первый день 3 000 км, во второй день на 800 км больше, чем в первый, а в третий день на 500 км меньше, чем во второй. Сколько километров налетал летчик за три дня?

№ 110. Из двух городов навстречу друг другу вышли два поезда. Один из них прошел до встречи 1 837 км. Сколько километров прошел до встречи другой поезд, если расстояние между городами 3 762 км?

№ 120. В первый день автомобиль проехал 635 км, это на 127 км меньше, чем во второй. В третий день он проехал на 85 км больше, чем в первый. Сколько километров проехал автомобиль за три дня?

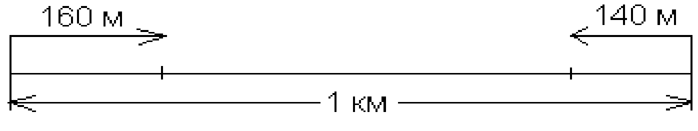
№ 547. В первый час лыжник прошел 14 км 200 м, во второй – на 890 м меньше, чем в первый, ав третий на 1 км 700 м больше, чем во второй. Сколько километров прошел лыжник за 3 часа?

Другие авторы используют задания следующего типа:

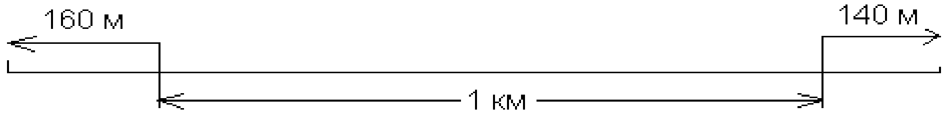
1) Начерти два отрезка: АВ = 10 см, CD = 5 см. Сколько раз отрезок CD уложится в отрезке АВ? Во сколько раз отрезок CD меньше отрезка АВ?

№ 203 (М.И. Моро и др.) Расстояние между двумя автобусными остановками 1 км. От этих остановок отошли два автобуса. Один из них прошел 140 м, а другой – 160 м. Каким стало расстояние между автобусами?

Как нужно дополнить условие, чтобы чертеж к задаче был таким?



Как надо изменить условие задачи, чтобы чертеж стал таким?



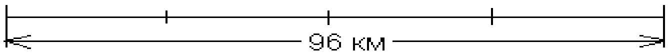
Реши обе задачи и сравни их решения.

2) (М.И. Моро и др.) Автомашина прошла сначала 160 км, потом половину такого расстояния. После этого оставалось пройти в 2 раза меньше того, что пройдено. Поставь вопрос и реши задачу.

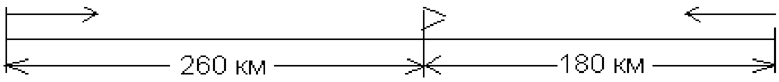
№ 221 (М.И. Моро и др.) Из двух городов, расстояние между которыми 650 км, вышли навстречу друг другу два поезда. Один прошел 250 км, а другой на км меньше. На каком расстоянии друг от друга находятся поезда? Дополни условие, сделай чертеж и реши задачу.

№ 20 (М.И. Моро и др.) Два велосипедиста выехали из двух пунктов навстречу друг другу. Первый проехал 1 км 180 м, второй – 820 м. На какое расстояние сблизились велосипедисты?

№ 397 (М.И. Моро и др.) Расстояние между двумя поселками 96 км. Мотоциклист, отправившись из первого поселка, проехал до остановки четвертую часть пути. Сколько километров ему осталось проехать?



№ 417 (М.И. Моро и др.) Из двух городов навстречу друг другу вышли два поезда. Один из них прошел до встречи 260 км, другой – 180 км. Рассмотри чертеж к этой задаче и найди расстояние между городами.



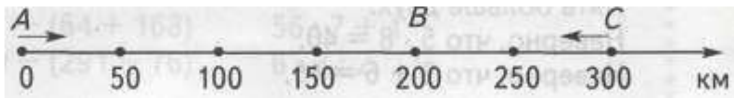
№ 418. (М.И. Моро и др.) Две моторные лодки отошли от одной пристани в противоположных направлениях. Одна из них прошла 38 км, а другая – на 5 км больше. На каком расстоянии оказались лодки одна от другой? Сделай чертеж к задаче и реши ее.

№ 499 (М.И. Моро и др.) Пешеход проходит 4 км в час, а велосипедист проезжает в 3 раза больше. На сколько километров в час больше проезжает велосипедист, чем проходит пешеход?

№ 43 (И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская)**.** Две лодки находятся на одной реке на расстоянии 30 км друг от друга. Если одна из них проплывет 6 км вверх по реке, а другая 10 км вниз по реке, то какое между ними станет расстояние? Сколько разных решений имеет эта задача? Реши задачу и к каждому найденному решению сделай чертеж.

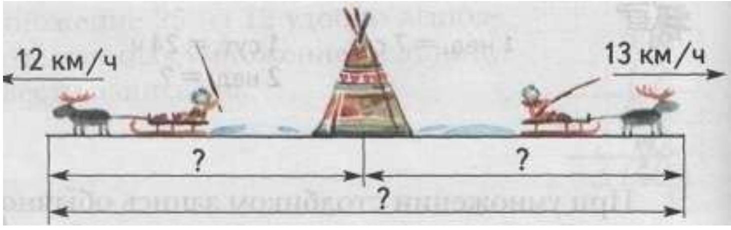
№ 203 (В.Н. Рудницкая и Т.В. Юдачева). На сколько километров автобусный маршрут от дома до школы короче трамвайного?

№ 204 (В.Н. Рудницкая и Т.В. Юдачева). Точками А, В и С обозначены три города. Первый поезд прошел расстояние от города А до города В, а второй – от города С до города В. На сколько километров меньше прошел второй поезд, чем первый?



№ 518 (В.Н. Рудницкая и Т.В. Юдачева). Каждый час поезд проходит 80 км. Сколько километров он пройдет за 12 часов без остановки?

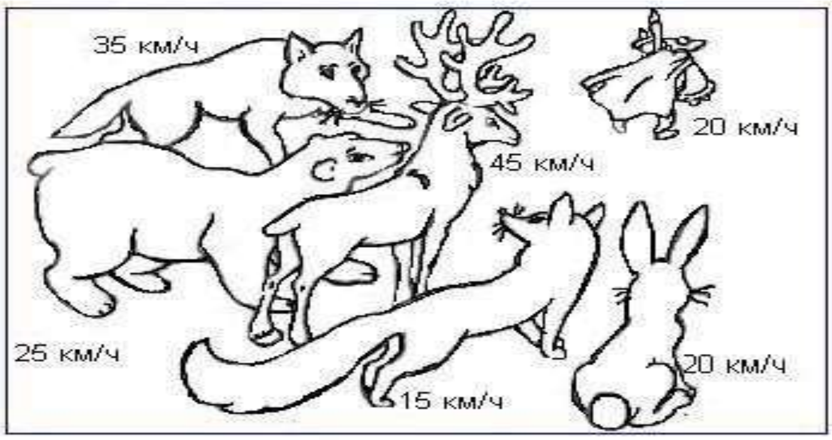
№ 539 (В.Н. Рудницкая и Т.В. Юдачева). Со стойбища одновременно выехали на оленьих упряжках два охотника. Один поехал на запад, проезжая каждый час 12 км, а другой – на восток, проезжая каждый час 13 км. На каком расстоянии оказался каждый из них через 15 ч от стойбища и друг от друга?



Объясните, почему задания такого вида можно отнести к пропедевтическим для решения задач на движение? Найдите аналогичные задания у других авторов учебников математики.

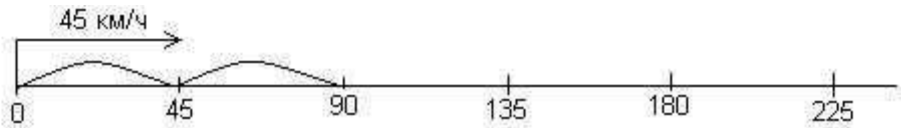
Задание № 6. Составьте серию побуждающих и уточняющих вопросов для использования на уроке заданий из рабочей тетради Е.П. Бененсон и Л.С. Итиной.

№ 116. Дед Мороз послал погоню за злым Волшебником, похитившим Снегурочку. Отметь посланников Деда Мороза, которые смогут догнать похитителей. Раскрась зверя, который догонит злого Волшебника первым.



Задание 7. *Проанализируйте предложенные ниже задач для формирования способности учащихся к исследованию изменения расстояния между двумя движущимися объектами по координатному лучу. Каким образом реализуется в этой подборке задач поэтапное формирование умственных действий учащихся?*

№ 1. Аэросани едут со скоростью V = 45 км/ч. Покажи их движение на числовом луче:



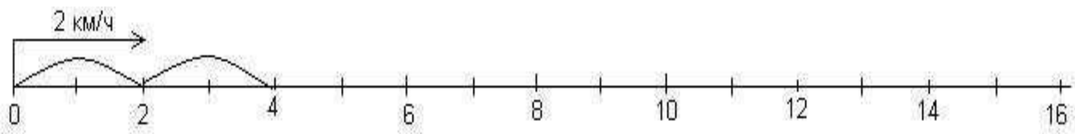
Какое расстояние преодолеют аэросани за 1 ч? 2 ч? 3 ч? 4 ч? t ч?

Заполни таблицу и напиши формулу, выражающую зависимость пройденного расстояния S от времени t.

Время (t ч)	1	2	3	4	t
Расстояние (S км)					

V = 45 км/ч. S = ___________________

№ 2. По реке плывет плот со скоростью V = 2 км/ч. Покажи его движение на числовом луче:



Какое расстояние пройдет плот за 1 ч? 3 ч? 5 ч? 47 ч? t ч? Заполни таблицу и запиши зависимость S от t.

Время (tч)	1	2	3	4	t
Расстояние (S км)					

V = 2 км/ч. S = ___________________

№ 3. Используя формулу пути S = v · t, заполни таблицу:

а)S	v	t
?	5 м/с	9 с
48 км	?	6 ч
21 м	7 м/мин	?

б) S	v	t
320 км	?	80 ч
810 м	9 м/мин	?
?	60 м/с	50 с

№ 4. Реши задачи по формуле пути S = v· t

а) Всадник едет на лошади со скоростью 8 км/ч. Какое расстояние он проедет за 4 часа?

S	v	t

б) Чему равна скорость почтового голубя, если за 2 часа он пролетает 120 км?

S	v	t

в)Пчела летит со скоростью6м/с.За сколько времени она долетит до улья, если находится на расстоянии 360 м от него?

S	v	t

5. а) Космический корабль движется со скоростью 9 км/с. За сколько времени он пролетит 441 км?

б) Сколько метров проплывет окунь за 8 мин, если будет плыть со скоростью 80 м/мин? в) Подводная лодка проплыла 228 км за 6 ч. Какова ее скорость?

№ 6. Машина выехала из города в 10 часов и прибыла в деревню в 3 часа дня. С какой скоростью она ехала, если между городом и деревней 250 км?

№ 7. Расстояние между двумя пристанями 160 км. Может ли катер пройти это расстояние за 9 ч, если будет двигаться со скоростью 18 км/ч?

Задание 8. Решение составных задач на движение и подготовка к их решению находятся в поле зрения практически всех авторов учебников математики. Упорядочите предложенные ниже задачи из учебника И.И. Аргинской, Е.И. Ивановской. Почему Вы выбрали такую последовательность? Какими задачами можно было бы ее дополнить?

№ 554. Автомобиль при скорости 36 км/ч проехал путь за 4 ч. При какой скорости он проедет тот же путь за 6 ч?

№ 11. Машина в первый день прошла за 9 ч 522 км. Во второй день машина была в пути 7 ч и шла с прежней скоростью. Сколько всего километров прошла машина за эти дни?

№ 15. Машина в первый день прошла за 9 ч 522 км. Во второй день машина была в пути 7 ч, а скорость ее увеличилась на 6 км/час. Сколько всего километров прошла машина за эти дни?

1) Сравни задачу с задачей № 11. Как ты думаешь, их решения будут одинаковыми? От чего будет зависеть разница решений?
2) Реши задачу. Сравни получившееся решение с решением задачи 11. Твое предположение было верным?

№ 23. За 3 ч велосипедист проехал 37 км. В первый час он проехал 14 км. Сколько километров он проехал во второй час и сколько в третий?

1) Можешь ли ты решить задачу? Почему нет? Измени ее вопрос так, чтобы задачу можно было решить. Реши ее.

2) Измени условие данной задачи так, чтобы ее можно было решить. Реши получившуюся задачу.

№ 70. Два поезда идут навстречу друг другу с двух станций, расстояние между которыми 385 км. Первый поезд вышел раньше на 2 ч и движется со скоростью 53 км/ч. Через 3 ч после выхода второго поезда они встретились. Найди скорость второго поезда.

№ 74. 1) Реши задачу:
Два поезда идут навстречу друг другу с двух станций. Первый поезд вышел раньше на 2 ч раньше и идет со скоростью 53 км/ч. Скорость второго поезда на 13 км/ч меньше, чем первого. Через 5 ч после выхода первого поезда они встретились. Каково расстояние между станциями?

2) Сравни задачу с задачей 70. Как они связаны между собой?

3) Преобразуй задачу 70 так, чтобы получилась еще одна связанная с ней задача.

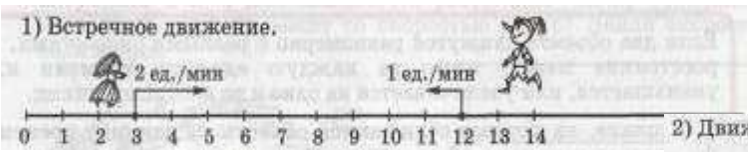
4) Реши получившуюся задачу.

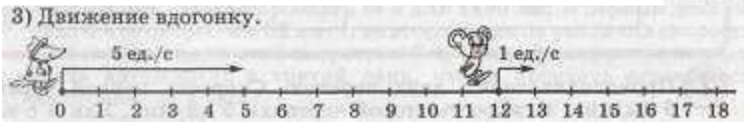
№ 94. За первый час лыжник прошел 10 800 м, за второй – 9 450 м, за третий – 9 100 м, а за четвертый – 8 150 м. С какой постоянной скоростью должен был бы идти лыжник, чтобы пройти тот же путь за то же время?

Задание 9. Выполните задания, которые предложены учащимся (четвертый класс, урок 23-24). Составьте побуждающие и уточняющие диалоги для организации деятельности учащихся. Продумайте переходы от одного задания к другому. По Вашему усмотрению добавьте свои упражнения для активизации деятельности учащихся.

При рассмотрении одновременного движения по числовому лучу (учебник Л.Г. Петерсон) предлагается задание для ориентации объектов относительно друг друга и рассмотрения скорости сближения и удаления (24 урок): изобразить одновременное движение героев сказок по числовому лучу и заполнить соответствующие таблицы через 0, 1, 2, 3, t (минут, часов, секунд) (переменная

x обозначает координату движущейся точки, а переменная ***d*** – расстояние между точками). Проанализировав полученные данные, учащиеся делают вывод о том, что объекты сближаются (удаляются) за единицу времени.



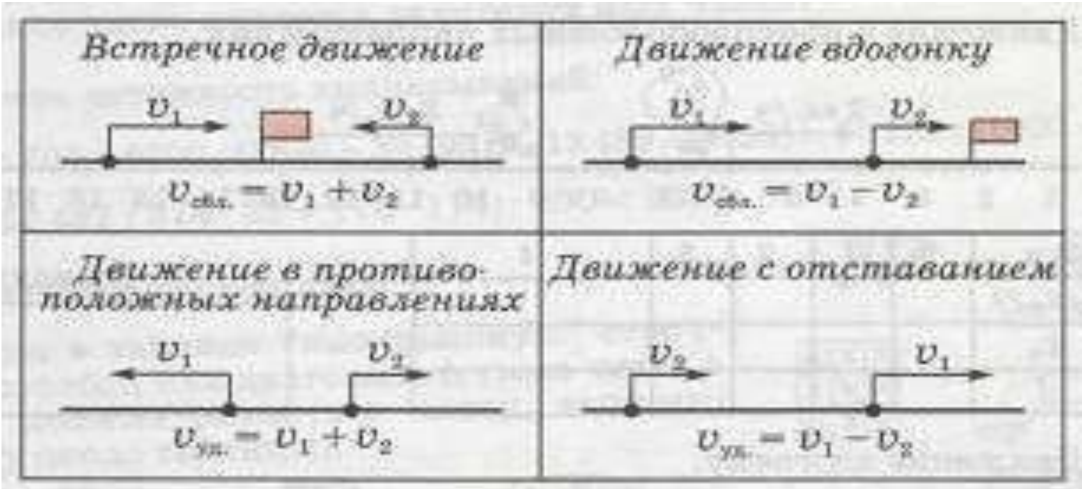


Полученные выводы можно объединить следующим образом:

Если два объекта движутся равномерно с разными скоростями, то расстояние между ними за каждую единицу времени или уменьшается, или увеличивается на одно и то же число единиц.

Расстояние, на которое сближаются объекты за единицу времени, называется **скоростью**

сближения. Расстояние, на которое удаляются объекты за единицу времени, называется **скоростью удаления.** Правило вычисления скоростей сближения и удаления для всех случаев одновременного движения показано в таблице:



Раздел IV Натуральные числа и нуль.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Подготовка системы упражнений для осуществления образовательных задач при изучении темы «Нумерация чисел». …

2. Разработка и оформление реферата по теме «Исторические ведения об истории возникновения натурального числа и нуля».

Практические занятия

Измерение величин с помощью системы мерок. Построение величины (по заданным числу и мерке)

Практическое получение многозначного числа в результате измерения величин.

Анализ примеров, подобранных студентами из учебников начальной школы, иллюстрирующих теоретические положения темы.

Сравнения чисел в десятичной системе счисления, теоретическое обоснование способов сравнения чисел в начальном курсе математики.

Тест

Задание 1

Вопрос:

Учитель предложил детям задание: "Положите столько же палочек, сколько на картинке

яблок. Положите столько же квадратов, сколько палочек. Чем похожи группы

предметов?" Какова главная цель задания?

Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Формирование умения сравнивать числа

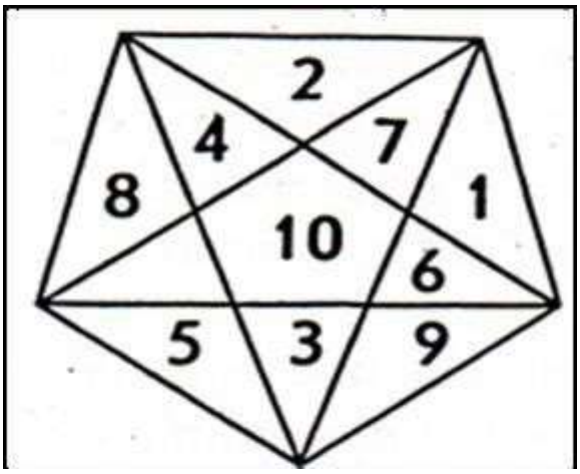
2) Формирование навыков счета

3) Формирование понятия числа

Задание 2

Вопрос:

Назови и покажи все числа по порядку от 0 до 10 по порядку. Затем назови и



покажи все числа от 10 до 0. Какова цель задания?

Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Формирование навыков счета
2) Знакомство с цифрами от 0 до 9
3) Образование каждого числа в натуральном ряду чисел

Задание 3

Вопрос:

На этапе устного счета учитель проводит с учащимися беседу: "- Какое число называют при счете перед числом 4? - Какое число называют при счете после числа 4? - Назовите число, которое на 1 меньше, чем 3. - Назовите соседей числа 5. - Какое число на 1 больше, чем 2? - Какое число стоит между числами 3 и 5?" Какова цель беседы?

Выберите один из 3 вариантов ответа:

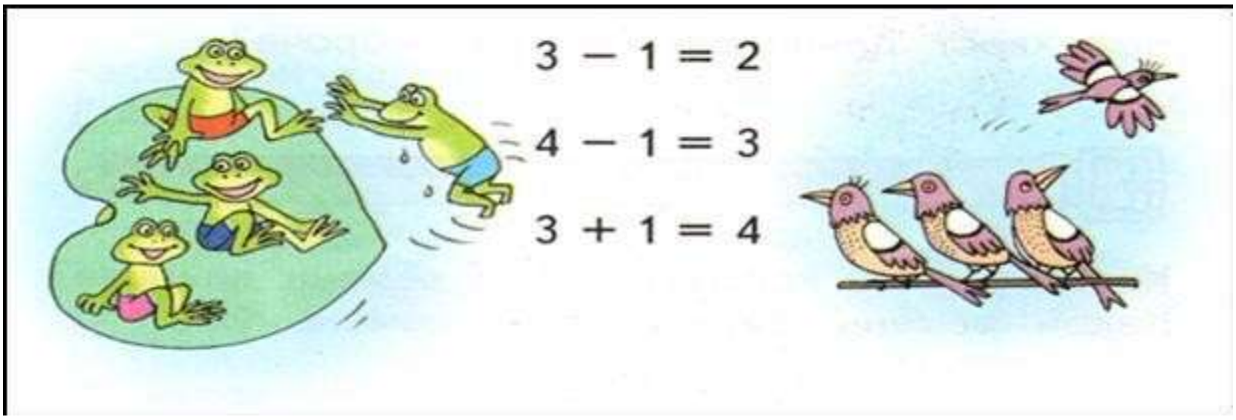
1) Проверить навыки счета

2) Проверить усвоение принципа построения натурального ряда чисел от 1 до 10
3) Проверить умение сравнивать числа

Задание 4

Вопрос:

Определите цель выполнения упражнения: "Соедини каждую картинку с соответствующей записью. Объясни свой выбор.



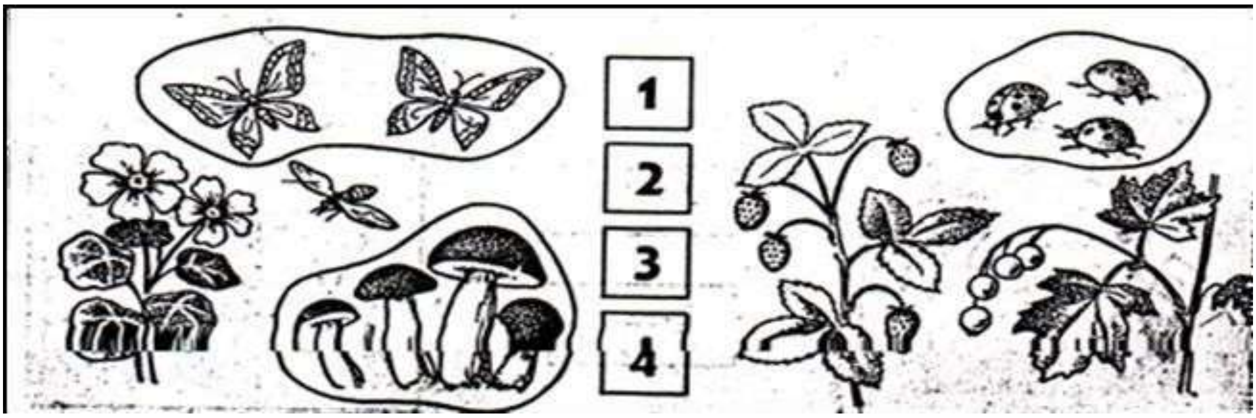
Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) закрепление знаний о составе чисел
2) подготовка к решению задач

3) закрепление умения вести счет предметов

Задание 5

Вопрос:



Какова цель задания: "Соотнесите числа 1,2,3,4 с картинкой, на которой нарисовано столько же предметов. Соедини их линией"

Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Закрепление знания состава числа
2) Закрепление умения сравнивать числа
3) Умение соотносить числа с соответствующим множеством предметов

Задание 6

Вопрос:

Какие знания и умения может закрепить учитель, работая с числовой лесенкой?

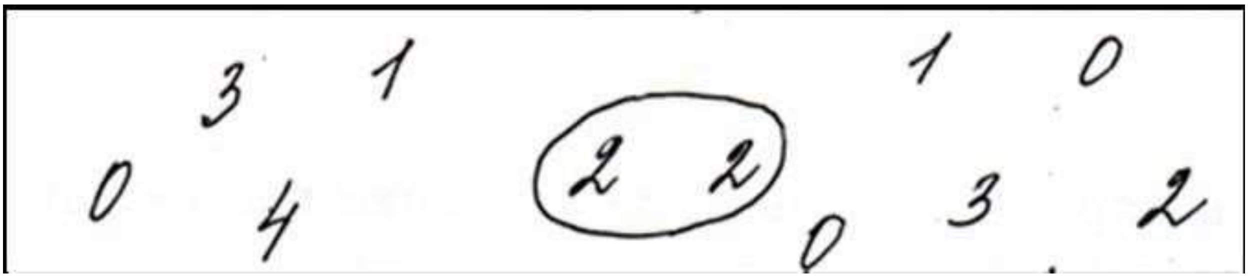
Выберите один из 5 вариантов ответа:

1) Принцип образования натурального ряда чисел
2) Знание состава числа
3) Умение вести счет чисел
4) Подготовка к решению задач
5) Умение сравнивать числа

Задание # 7

Вопрос:

Учитель предложил детям задание:" Найди сумму чисел, обведенных овалом. По этому образцу обведи овалом все другие пары чисел, сумма которых равна на 4" Какова цель задания?



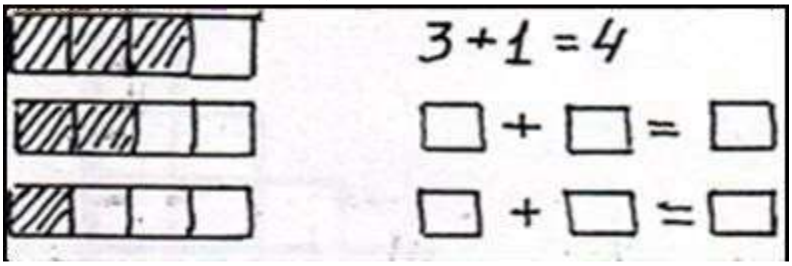
Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Научить вести счет в пределах 10
2) Проверить знание состава числа
3) Научить выполнять сложение чисел

Задание 8

Вопрос:

Учитель предложил детям задание: " Составь по образцу примеры и запиши их". Какова цель задания?



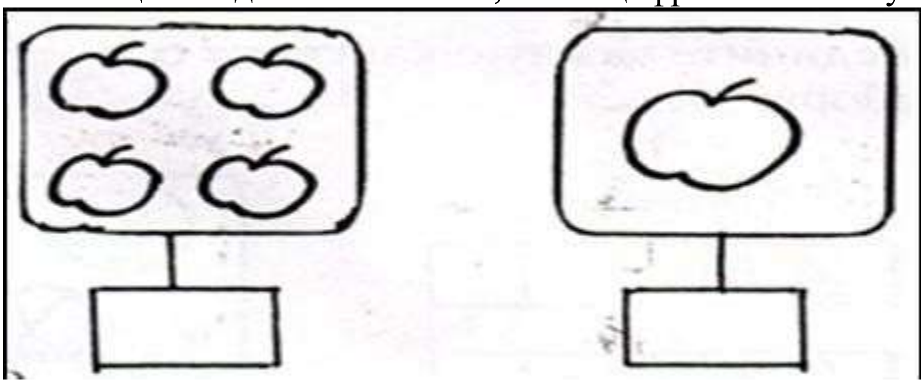
Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) научить вести счет чисел
2) закрепить знание состава числа 4
3) научить выполнять сложение чисел

Задание 9

Вопрос:

Какова цель задания: "Запиши , какая цифра соответствует рисунку?"



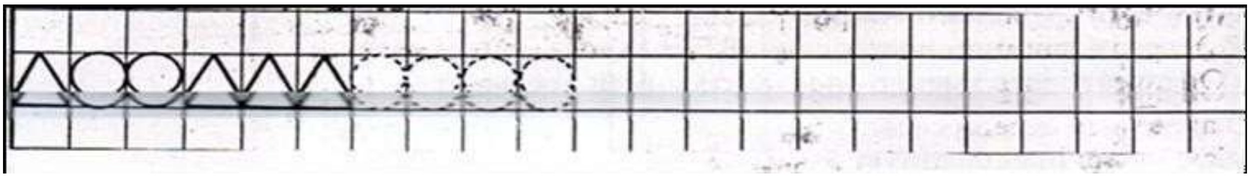
Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Умение соотносить множество предметов с числом
2) Закрепление состава числа
3) Закрепление умения сравнивать числа

Задание 10

Вопрос:

С какой целью детям предлагается задание?



Выберите один из 3 вариантов ответа:
1) Подготовка к письму цифр
2) Знакомство с геометрическими фигурами
3) усвоение натурального ряда чисел

Тема 2.2. Изучение арифметических действий над целыми неотрицательными числами с методикой их преподавания

Основные понятия и термины по теме: число элементов множества, целые неотрицательные числа, делитель целого числа, наибольший общий делитель (НОД), наименьшее общее кратное (НОК), делитель целого числа а, отношение делимости, алгоритм.

План изучения темы:

1. Сложение и вычитание целых неотрицательных чисел.
2. Методика изучения действий сложения и вычитания в начальных классах
3. Умножение и деление целых неотрицательных чисел
4. Методика изучения действий умножения и деления в начальных классах.
5. Делимость целых неотрицательных чисел.

Краткое изложение теоретических вопросов:

1. Сложение и вычитание целых неотрицательных чисел.

Сложение целых неотрицательных чисел связано с объединением конечных непересекающихся множеств. С теоретико-множественных позиций сумма натуральных чисел *a* и *b* представляет собой число элементов в объединении конечных непересекающихся множеств *A* и *B* таких, что *a = n(A), b = n(B):*
a+ b = n(A) + n(B) = n(A B), если *A B =* .
С теоретико-множественных позиций разность натуральных чисел *a* и *b* представляет собой число элементов в дополнении множества *B* множе-ства *A,* если *a = n(A), b= n(B),* и *B A:*
a – b = n(A) - n(B) = n(A\B), если *B A.*
Вычитанием натуральных чисел a и b называется операция, удовлетво-ряющая условию: a – b = c тогда и только тогда, когда b + c = a.
2. Методика изучения действий сложения и вычитания в начальных классах.

В результате изучения темы «Сложение и вычитание чисел от 1 до 100» уча-щиеся должны научиться осознанно выполнять сложение и вычитание лю-бых чисел в пределах 100, твердо усвоить табличные случаи сложения и вы-читания с переходом через десяток, а так же ряд теоретических вопросов. Анализ приемов сложения и вычитания чисел в пределах 100 показывает, что для их осознанного выполнения учащиеся должны хорошо знать нумерацию чисел в пределах 100, твердо знать таблицу сложения и соответствующие случаи вычитания в пределах 10 и, кроме того, усвоить следующие свойства действий сложения и вычитания. Сложение и вычитание круглых десятков (двузначных чисел) сводится к сложению и вычитанию однозначных чисел. Изучение каждого случая сложения и вычитания строится примерно по одному плану: сначала, используя наглядные пособия, надо раскрыть суть самого свойства, затем научить детей применять его при выполнении различных упражнений учебного характера, и, наконец, научить, , находить рациональные приемы вычислений с учетом особенностей каждого конкретного случая.

3. Умножение и деление целых неотрицательных чисел

Если a, b целые неотрицательные числа, то произведением a*b называет-ся число, удовлетворяющее следующим условиям:

1)a*b= a + a +…+a + a, если b>1;

b слаг.

2) a*b=a, если b=1;

3) a*b=0, если b=0.

С теоретико-множественных позиций a*b (b>1) представляет собой число элементов в объединении b множеств, каждое из которых содержит по a элементов и никакие два из них не пересекаются.

С теоретико-множественной точки зрения произведение a*b целых неотрицательных чисел есть число элементов в декратовом произведении множеств A×B таких, что n(A)=a, n(B) =b

Умножение натуральных чисел существует, и оно единственно.

Делением натуральных чисел a и b называется операция, удовлетво- ряющая условию: a:b=c тогда и только тогда, когда . a c b

Если *a=(A)* и множеств *A* разбито на попарно непересекающиеся равночисленные подмножества и если:

b – число элементов в каждом подмножестве, то частное *a:b* – это чис- ло таких подмножеств;

b – число подмножестве, то частное *a:b* – это число элементов в каж- дом подмножестве.

4. Методика изучения действий умножения и деления в начальных классах.

Изучение двух новых арифметических действий – умножения и деления – является важнейшей частью всего курса математики 2 класса. Овладение материалом этой темы сосредоточено вокруг следующих приоритетных вопросов: связь умножения со сложением, связь деления с умножением, знакомство с законами и свойствами умножения и деления. Понимание связи между ум- ножением и делением дает возможность каждый случай умножения связать с соответствующими случаями деления, что делает ненужным составление и запоминание табличных случаев деления.

Изучение темы разделено на два больших этапа:

- общее знакомство с умножением и делением как новым арифметическими действиями;
- табличное умножение и деление.

Составление таблицы умножения является центральным, основным вопросом в изучении действий умножения и деления. В результате изучения умножения и деления в пределах 100 учащиеся должны усвоить понятия о действиях умножения и деления (конкретный смысл этих действий), связь между компонентами и результатами этих действий, переместительное свойство умножения, свойство умножения суммы на число, числа на сумму, деления числа на сумму; должны знать наизусть таблицу умножения и соответствующие случаи деления; усвоить приёмы вычислений для случаев умножения и деления с числами 10, единица, нуль, а также для внетабличных случаев умножения и деления; овладеть вычислительными навыками в отношении перечислительных случаев умножения и деления.
Арифметические действия над многозначными
числами выполняются с использованием как устных, так и письменных приёмов вычислений. Выработка осознанных и прочных навыков письменных вычислений – одна из основных задач изучения действий над многозначными числами.
Порядок изучения вопросов в концентре —многозначные числа такой: нумерация, сложение, и вычитание, умножение и деление. Одновременно рассматриваются задачи, измерение величин, алгебраический и геометрический материал.

Лабораторные работы

1. Анализ календарно-тематического планирования УМК по теме и составление календарно-тематического плана по избранной теме
2. Разработка конспекта урока по теме: «Сложение и вычитание чисел в концентре «десяток»

Лабораторная работа

Разработка конспекта урока по теме « Сложение и вычитание чисел в концентре «Десяток». Переместительное свойство сложения»

Цели: 1. Определить методические особенности изучения темы.
2. Разработать конспект урока.

Оснащение. 1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе.
2) М. И. Моро, учебник математики 1 класс (2 часть).
3) Л.Г. Петерсон, учебник математики 1 класс (3 часть).

Порядок работы

1. Изучите п. 2.6 (стр. 4) методического пособия Н. Б. Истоминой по теме работы.
2. Разработайте конспект урока по теме «Переместительное свойство сложе-ния», учебники математики: 1) Моро М. И., 1 кл. (2ч) стр.14; 2) Петер-сон Л.Г., 1 кл.(3) стр.12 с опорой на рекомендации.

3. Проведите обсуждение и защиту проекта.

Рекомендации к оформлению проекта.

Тема: **«Переместительное свойство сложения»**

Цели:

Ход урока.

№	Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность уч - ся	Виды упраж-нений
1	Актуализация знаний учащихся (повторение ранее изученного).			
2	Разработка системы учеб-ных заданий для введения нового материала. Анализ заданий, «открытие» нового свойства			
3	Обобщение нового понятия.			
4	Закрепление сформированных знаний.			
5	Итоги урока, оценка работы. Задание на дом			

3. Разработка конспекта урока по теме: «Введение свойства арифметических действий»
4. Примерное планирование урока по теме: «Табличное умножение и соответствующие случаи деления
5. Разработка конспекта урока по теме: «Введение теоретического приема, основанного на данном свойстве
6. Разработка дифференцированных заданий, направленных на формирование вычислительных навыков

Практические занятия

-Анализ учебно-методических комплектов по теме «Сложение и вычитание» различных авторских групп

Цели:

1. Определить методические особенности изучения темы.
2. Разработать конспект урока.

Оснащение.

1) Н. Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе.

2) М. И. Моро, учебник математики 2 класс (I часть).

3) Л.Г. Петерсон, учебник математики 1 класс (2 часть).

ВАРИАНТ 1.

1. Изучите п. 2.12 (стр. 64) методического пособия Н. Б. Истоминой по теме работы.
2. Разработайте конспект урока по теме «Приемы устного сложения и вычитания чисел в пределах 100. Сложение вида 26+7», учебник Моро М. И., 2 кл. (1ч) с опорой на рекомендации.
3. Проведите обсуждение и защиту проекта.

Анализ учебно-методических комплектов по теме «Умножение и деление» различных авторских групп

- Применение знаний теоретических положений при выполнении упражнений.:

1. Объясните, почему 5 · 4 = 20, используя определение произведения через: а) сумму; 2) декартово произведение.
2. Объясните с точки зрения теории, почему следующая задача решается умножением: «На 3 грядки посадили по 5 кустиков клубники на каждую. Сколько всего кустиков клубники посадили?»
3. Найдите рациональным способом значение выражения (8 · 712) ·125.
4. Дайте теоретико-множественное истолкование равенству: 14 : 2 = 7.
5. Объясните с точки зрения теории, почему следующие задачи решаются делением:

1) «Вера разложила 15 карандашей в 3 коробки поровну. Сколько карандашей в каждой коробке?»

2) «Учительница раздала детям 8 тетрадей, по 2 тетради каждому. Сколько детей получили тетради?»

6. Выполните письменное умножение и деление и проверьте двумя способами:

1) 2 060 · 4 200 ; 2) 153 200 : 507.

7. Найдите значение выражения:

(500 175 – 21 464 525 : 43) · 5 481 984 : 7 138 · 4.

Анализ учебников начальной школы по вопросам делимости натуральных чисел.

Выполнение практических заданий, основанных на свойствах и алгоритмах арифметических действий.

Задания для самостоятельного выполнения

1. Подготовка системы упражнений для осуществления образовательных задач при изучении темы « Делимость чисел».

Тест

Задание 1

Вопрос:

На каком теоретическом правиле основан вычислительный прием 36+2 ?

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) Прибавление суммы к числу

2) Прибавление числа к сумме

3) Десятичный состав числа

4) Следование чисел в натуральной последовательности

Задание 2

Вопрос:

На каком теоретическом правиле основан вычислительный прием 30+6?

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) Прибавление суммы к числу
2) Прибавление числа к сумме
3) Десятичный состав числа
4) Следование чисел в натуральной последовательности

Задание 3

Вопрос:

На каком теоретическом правиле основан вычислительный прием 35-7?

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) Вычитание суммы из числа
2) Вычитание числа из суммы
3) Десятичный состав числа
4) Следование чисел в натуральной последовательности

Задание 4

Вопрос:

Укажите значение выражения 4523+(3788+1477)

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) 8788
2) 9678
3) 9788
4) 10788

Задание 5

Вопрос:

Какие виды подразумеваются под внетабличным умножением и делением в пределах 100?

Выберите несколько из 6 вариантов ответа:

1) Табличное умножение и деление
2) Деление двузначного числа на однозначное
3) Деление двузначного числа на двузначное
4) Умножение двузначного числа на однозначное
5) Деление с остатком
6) Деление трехзначного на двузначное

Задание 6

Вопрос:

В основе вычислительного приема деления двузначного числа на однозначное лежит :

Выберите один из 5 вариантов ответа:

1) свойство деления суммы на число
2) алгоритм деления с остатком
3) свойство деления числа на произведение
4) переместительный закон
5) распределительный закон умножения

Задание 7

Вопрос:

Умножение двузначного числа на однозначное основано на законе:

Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) переместительном
2) сочетательном
3) распределительном

Задание 8
Вопрос:
Чем отличаются случаи деления 96:3 и 96:4?
Выберите один из 3 вариантов ответа:
1) разложением на разрядные и "удобные" слагаемые
2) пример 96:4 решается способом подбора, а 96:3 - нет
3) в одном из примеров деление с остатком, другой делится нацело
Задание 9
Вопрос:
Найдите примеры, для решения которых делимое нужно представить в виде "удобных" слагаемых.
Выберите несколько из 6 вариантов ответа:
1) 84:2
2) 84:7
3) 84:4
4) 42:2
5) 42:3
6) 84:12
Задание 10
Вопрос:
С какой целью учитель может предложить учащимся следующее задание: "Запишите произведение чисел 5 и 2, 7 и 3, 2 и 6. Вычислите их значения, заменив произведение суммами"
Выберите несколько из 3 вариантов ответа:
1) для проверки знания таблицы умножения
2) закрепления названий компонентов
3) для проверки знания конкретного смысла умножения
Глава 14. Расширение понятия числа и методика ознакомления и дробными числами.
Самостоятельная работа на тему «Рациональные числа»
ВАРИАНТ 1
1. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби: а) ; б) . 65
53
2. Представьте в виде обыкновенной дроби: 0, 43(5); 5, 2(17).
3.Решите задачу: «Яблоки при сушке теряют 84% своей массы. Сколько получится сушеных яблок из 300 кг свежих?».
ВАРИАНТ 2
1.Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби: а) ; б) . 67
87
2.Представьте в виде обыкновенной дроби: 0, 2(73); 3, 24(5).
3.Решите задачу: « Ромашка при сушке теряет 84% своей массы. Сколь- ко надо взять свежей ромашки, чтобы получить 32 кг сухой?»
Глава 15. Формирование геометрических представлений и изучения методики обучения геометрическим понятиям
Лабораторно- практическая работа

Тема: **«Знакомство с геометрическими фигурами и их свойствами»**
Цель:
1. Определить методические особенности изучения указанной темы.
Оснащение.
1) М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова «Методика преподавания математики в начальных классах». Стр. 278
2) М. И. Моро, учебник математики для начальной школы 4 кл. (1ч.) стр. 16.
Порядок выполнения работы
1 этап. Повторите: стр. 278 М.А. Бантовой, Г.В. Бельтюковой «Методика преподавания математики в начальных классах».

2 этап. Разработайте фрагмент конспекта урока знакомства учащихся со свойствами прямо-угольника
Тема урока «Свойство диагоналей прямоугольника»
Цели:
Таблица

Этапы работы над задачей	Деятельность учителя (вопросы)	Деятельность учащихся	Модель к задаче, решение задачи учащимися	Универсальные учебные действия (УУД), формируе-мые при изучении темы (выбрать из перечня или подобрать самим)
1.Целеполагание и мотивация				
2. Актуализация опорных знаний				
3. Фиксирование затруднений				
4. Выявление места и причины затруднения				
5. Построение проекта выхода из затруднения				
6. Первичное за-крепление с проговариванием во внешней речи				

Перечень возможных универсальных учебных действий (УУД): самоорганизация учащегося; актуализация изученных способов действия; интерес к выполнению заданий; использование простейших приемов анализа, сравнения; умение принимать цель урока и следовать ей в процессе учебной деятельности; способность сохранять доброжелательное отношение учащихся друг к другу;

участие в работе группы, общение друг с другом; умение строить математические модели; умение делать выводы, аргументировать свои суждения; проявление самостоятельности и инициативы; оценивание результата выполнения задания; адекватная самооценка деятельности и др.

5**этап.** Защита проекта.

Тема 2. 1. Методика преподавания математики как учебный предмет.

Лабораторные работы

1. Анализ уроков с позиции использования методов обучения.

Практические занятия

1. Зависимость выбора методов обучения от целей, особенностей содержания учебного материала средств и организационных форм обучения, возрастных особенностей учащихся и др.
2. Общая характеристика методов обучения математике (рассказ, беседа, самостоятельная работа, словесные, наглядные, практические).

Задания для самостоятельного выполнения

1. Реферат «Использование игр в обучении математике».

Форма контроля самостоятельной работы:

Защита реферата

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Какие методы обучения математике вы знаете?
2. Какие приемы умственных действий вы знаете?

Тема. 2.2. Формирование УУД (универсальных учебных действий) на уроках математики

Лабораторные работы

Наблюдение и анализ урока с целью выявления уровня сформированности УУД

Практические занятия

Анализ комплексного характера математических упражнений, позволяющего формировать весь комплекс УУД

Тема 2.3. Особенности организации контроля знаний по математике в новых стандартах

Лабораторные работы

Разработка контрольных работ по избранным темам

Наблюдение и анализ урока в различных системах обучения

Практические занятия

Анализ комплексной контрольной работы по итогам обучения 1-4 классов

Проверка тетрадей по математике учащихся базовой школы

Анализ проверенных контрольных работ по математике, выполнение норм выставления оценок

Тема 2.4. Ожидаемые результаты обучения и показатели их достижения по математике

Лабораторные работы

1. Конкретизация результатов по классам и разделам в ФГОС и разно - вариантных УМК по математике.

2. Межпредметный контроль знаний.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1) Материалы для дифференцированного зачёта

Цель дифференцированного зачёта: определение уровня знаний и умений обучающихся, полученных в процессе обучения на занятиях по МДК 01.04 «Теоретические основы начального курса математики с методикой преподавания»

Форма дифференцированного зачёта: выполнение практического задания

Продолжительность: 90 минут

Дифференцированный зачет содержит вопросы и задания по разделу рабочей программы «Задача и процесс её решения»

В результате проведения дифференцированного зачёта по МДК 01.04 проверяются знания:

- требования федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования;
- воспитательные возможности уроков в начальной школе;
- методы и приёмы развития учебно-познавательной деятельности на уроках математики;
- основы построения коррекционно-развивающей работы с детьми, имеющими трудности в обучении;
- основы обучения и воспитания одарённых детей;
- содержание учебного предмета математики в объёме достаточном для осуществления профессиональной деятельности и методику преподавания математики в части обучения младших школьников решению текстовой задачи;
- методы и методики педагогического контроля результатов учебной деятельности обучающихся по математике;
- основы оценочной деятельности учителя начальных классов, критерии выставления отметок в виде учёта успеваемости обучающихся;

- логику анализа уроков;

умения:

- использовать различные средства, методы и формы организации учебной деятельности обучающихся на уроках математике, строить их с учётом особенностей учебного предмета, возраста и уровня подготовленности обучающихся;
- планировать и проводить работу с одарёнными детьми в соответствии с их индивидуальными особенностями;
- планировать и проводить коррекционно-развивающую работу с обучающимися, имеющими трудности в обучении;
- устанавливать педагогически целесообразные отношения с обучающимися;
- проводить педагогический контроль на уроках математики, осуществлять отбор контрольно-измерительных материалов, форм и методов диагностики результатов обучения;
- интерпретировать результаты диагностики учебных достижений обучающихся;
- осуществлять самоанализ и самоконтроль при проведении уроков математики;
- анализировать процесс и результаты педагогической деятельности и обучения по математике,корректировать и совершенствовать их;
- каллиграфически писать, соблюдать основы математической речи и аргументации;
- читать и записывать сведения на языке математики;
- анализировать уроки для установления соответствия содержания, методов и средств, поставленным целям и задачам;

Критерии оценки практического задания

Критерий	Индикатор Количе	ство баллов
Знает определение текстовой задачи	Текстовая задача – это задача, в которой на естественном языке описывается некоторый процесс (событие, явление) и требуется вычислить значение некоторых величин, характеризующих этот процесс, или установить отношение между ними.	1 балл
Знает метапредметные результаты и умеет применить эти знания в предложенной ситуации.	Называет три группы метапредметных результатов: коммуникативные, регулятивные, познавательные Подтверждает свой ответ примерами	1 балл 1 балл
Умеет анализировать текстовую задачу	Выделяет условие и требование, выделяет отношения (зависимости) между искомыми и известными величинами	2 балла
Умеет выстроить беседу с учащимися по анализу задачи	В беседе есть задания по чтению задачи, по выделению известных и искомых объектов Умеет построить вспомогательную модель	1 балл 1 балл
Умеет проводить аналитический способ рассуждения	Строит беседу с учащимися от вопроса к данным	2 балла
Умеет проводить синтетический способ рассуждения	Строит беседу с учащимися от данных к вопросу 2 б	алла
Умеет оформить задачу четырьмя способами	За каждый способ – 1 балл За каллиграфию	4 балла 1 балл
Умеет составлять обратные задачи	За каждую обратную задачу – 1 балл 2 балла	
Умеет решать задачу другим способом	Решает верно задачу вторым способом 1 балл	
Умеет проводить работу с одарёнными детьми	Придумывает дополнительные задания к задаче на её преобразование (условия и вопроса)	2 балла
Умеет проводить коррекционно-развивающую работу с обучающимися, имеющими трудности в обучении	Предлагает на каждом этапе работы над задачей методы и приёмы работы с обучающимися, имеющими трудности в обучении (за каждый этап – 1 балл)	4 балла
Умеет делать вывод За выво	д после каждого этапа – 1 балл 4 балла	
Умеет анализировать процесс и результат педагогической деятельности по обучению младших школьников текстовым задачам	Выделяет критерии оценивания при работе ученика над задачей Критерии отражают весь ход работы над задачей от анализа до решения Критерии отражают частично ход работы над задачей от анализа до решения Критерии не отражают ход работы над задачей от анализа до решения	4 балла 2 балла 0 баллов
Итого:		33

		балла

Отметка «5» ставится, если студент набрал 30-33баллов

Отметка «4» ставится, если студент набрал 23-29 баллов

Отметка «3» ставится, если студент набрал 17-22 баллов

Отметка «2» ставится, если студент набрал менее 17 баллов

Практическое задание

1. Дайте определение текстовой задачи. Какими метапредметными умениями должен овладеть ребенок для полноценной работы над задачей?
2. Разработать этапы решения текстовой задачи арифметическим методом и приёмы их выполнения
   1) Анализ задачи. Выделите условие и требование. Назовите известные и искомые объекты. Определите все отношения (зависимости) между ними. Продумайте вопросы для учащихся по анализу задачи. Постройте вспомогательную модель. Сделайте вывод о важности данного этапа при работе над задачей.
   2) Поиск и составление плана решения. Проведите аналитический способ рассуждения при решении задачи. Проведите синтетический способ рассуждения при решении задачи. Сделайте вывод о важности данного этапа при работе над задачей.
   3) Осуществление плана решения задачи. Оформите запись плана решения задачи четырьмя способами каллиграфически верно.
   4) Проверка решения задачи. Составьте обратные задачи и решите их. Решите задачу другим способом. Сделайте вывод о важности данного этапа при работе над задачей.
   5) Продумайте дополнительные задания к задаче для одарённых детей (преобразование, изменение условия, вопроса и др.).
   6) Какие методы и приёмы Вы бы применили для учеников, испытывающих трудности в обучении, на каждом этапе работы над задачей?
   7) Какие критерии бы Вы выделили при оценке решения задачи учеником?

Текстовые задачи для анализа по теме «Задачи на движение»

1. Два поезда идут навстречу друг другу с двух станций, расстояние между которыми 385 км. Первый вышел раньше на 2 часа и движется со скоростью 53 км/час. Через 3 часа после выхода второго поезда они встретились. Какова скорость второго поезда?
2. Из двух городов, расстояние между которыми 484 км, вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость одного поезда 45 км/час. Определите скорость другого поезда, если поезда встретились через 4 часа.
3. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились пассажирский и товарный поезда. Они встретились через 12 часов. Какое расстояние между городами, если известно, что скорость пассажирского поезда - 75 км/час, товарного - 35 км/час?
4. Из двух городов одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Один шёл со скоростью 42 км/час, а другой - 52 км/час. Через 6 часов поезда встретились. Найдите расстояние между городами.
5. Расстояние по реке между двумя городами 275 км. Из этих городов одновременно навстречу друг другу вышли пароход и баржа. Пароход шёл со скоростью 28 км/час. Найдите скорость баржи, если известно, что её встреча с пароходом произошла через 5 часов после выхода.
6. Из двух городов, расстояние между которыми 1380 км, вышли одновременно навстречу друг другу два поезда и встретились через 10 часов. Скорость одного из них - 75 км/час. Найдите скорость другого поезда.
7. От деревни до города 340 км. Из деревни в город выехал мотоциклист со скоростью 42 км/час. Спустя 2 часа навстречу ему выехал велосипедист со скоростью 22 км/час. Через сколько часов они встретятся?

8. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста и встретились через 10 минут. Скорость одного из них - 920 м/мин, а другого - 970 м/мин. Найдите расстояние между городами.
9. Из одного города в другой одновременно навстречу друг другу вышли два поезда и встретились через 9 часов. Скорость одного поезда - 48 км/час, а скорость другого - на 5 км/час больше другого. Найдите расстояние между городами.
10. За 6 часов теплоход прошёл 300 км, а поезд прошёл за 6 часов 1080 км. На сколько скорость поезда больше, чем скорость теплохода?
11. За 5 часов грузовая машина прошла 195 км, а легковая машина за 3 часа прошла 360 км. На сколько скорость легковой машины больше скорости грузовой?
12. Экскурсанты ехали на пароходе 7 часов со скоростью 32 км/час и на автобусе 3 часа со скоростью 70 км/час. Сколько всего километров проехали экскурсанты?
13. Студенты ехали по железной дороге 12 часов, а на автобусе 8 часов. На сколько больше они проехали по железной дороге, если скорость поезда - 65 км/час, а автобуса - 40 км/час?
14. Гоночный автомобиль за 6 часов прошёл 720 км, а легковой автомобиль за 4 часа 240 км. Во сколько раз скорость гоночного автомобиля больше?
15. Туристы в первый день ехали 5 часов со скоростью 18 км/час. Во второй день они проехали с одинаковой скоростью такое же расстояние за 10 часов. С какой скоростью ехали туристы во второй день?
16. Поезд прошёл 352 км. 3 часа он шёл со скоростью 48 км/час. Остальную часть пути прошёл за 4 часа. С какой скоростью шёл поезд остальной путь?
17. Какое расстояние прошли туристы, если они в первый день шли со скоростью 6 км/час, а во второй день в 2 раза быстрее?

18. Черепаха прошла 12 м со скоростью 6 м/мин. За это же время улитка проползла 30 см. С какой скоростью двигалась улитка?

19. Поезд проехал 400 км со скоростью 50 км/час, а на обратном пути это расстояние он проехал в 2 раза быстрее. За сколько часов это расстояние проехал поезд на обратном пути?

20. Баржа проплыла против течения расстояние в 100 км за 10 часов, а обратно её скорость увеличилась на 10 км/час. За сколько часов проплыла баржа обратный путь по течению?

21. Машина прошла расстояние между городами за 5 часов, идя со скоростью 48 км/час. Обратный путь она прошла за 6 часов. На сколько км/час скорость машины на обратном пути была меньше?

22. От пристани одновременно в противоположных направлениях отошли два теплохода. Через 6 часов расстояние между ними было 360 км. Один из них шёл со скоростью 28 км/час. С какой скоростью шёл другой теплоход?

23. Со станции в одно и то же время в противоположных направлениях вышли два поезда. Скорость одного из них - 74 км/час, а другого - 61 км/час. Через сколько часов поезда будут находиться на расстоянии 540 км друг от друга?

24. Расстояние между двумя пристанями 864 км. Пароход прошёл это расстояние по течению со скоростью 27 км/час, а обратный путь против течения со скоростью 24 км/час. За сколько часов прошёл весь путь пароход туда и обратно?

25. Расстояние между городами 432 км. Сколько потребуется времени машине на проезд туда и обратно, если скорость машины в одном направлении - 54 км/час, а в другом - на 6 км/час меньше?

26. Одновременно в противоположных направлениях отправились катер со скоростью 60 км/час и байдарка, скорость которой в 4 раза меньше. Через сколько часов расстояние между ними будет 375 км?

27. Два лыжника вышли из посёлка в одно и то же время в противоположных направлениях. Один шёл со скоростью 14 км/час, а другой - 10 км/час. Через сколько часов расстояние между ними будет 96 км?

2) Экзамен

Цель

Форма экзамена

Разделы учебной дисциплины, выносимые на экзамен

Для экзамена по учебной дисциплине прописываются знания, умения, для квалификационного экзамена – знания, умения и практический опыт

Критерии и нормы оценки

Материалы экзамена

Теоретические вопросы:

1. Математические понятия. Определение понятий. Требования к определению понятий.
2. Математические предложения. Операции конъюнкции, дизъюнкции, инверсии, импликации, эквивалентности над высказываниями.
3. Высказывания с кванторами. Способы установления значений истинности высказываний с кванторами
4. Необходимые и достаточные условия. Структура теоремы. Виды теорем.
5. Дедуктивные рассуждения. Простейшие схемы дедуктивных рассуждений.
6. Индуктивные умозаключения. Виды индукции.
7. Способы математического доказательства.
8. Понятие тестовой задачи, виды элементарных в первом классе.
9. Понятие множества и элемента множества. Способы задания множеств. Отношения между множествами. Изображение отношений между множествами при помощи кругов Эйлера.
10. Операции над множествами.

11. Бинарные отношения на множестве. Понятие отношения. Способы задания отношений. Свойства отношений. Отношение эквивалентности и его связь с разбиением множества на классы. Отношение порядка.

12. Порядковые и количественные натуральные числа. Счет. Теоретико-множественный смысл количественного натурального числа и нуля.

13. Теоретико-множественный смысл сложения двух целых неотрицательных чисел. Законы сложения.

14. Теоретико-множественный смысл вычитания двух целых неотрицательных чисел. Условие существования разности на множестве целых неотрицательных чисел.

15. Теоретико-множественный смысл умножения двух целых неотрицательных чисел. Законы умножения.

16. Теоретико-множественный смысл деления целого неотрицательного числа и натурального. Условия существования частного на множестве целых неотрицательных чисел.

17. Натуральное число как значение величины. Смысл сложения и вычитания, умножения и деления чисел, являющихся значением величин.

18. Отношения«больше в» и «меньше в». Деление с остатком.

19. Способы решения текстовых задач.

20. Понятие отношения делимости целых неотрицательных чисел. Теоремы о делимости суммы, разности и произведения целых неотрицательных чисел. Признаки делимости чисел в десятичной системе счисления.

21. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Нахождение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного чисел способом разложения на простые множители и с помощью алгоритма Евклида.

22. Понятие положительного рационального числа. Упорядоченность множества положительных рациональных чисел. Определение арифметических действий над положительными рациональными числами.

23. Понятие числового равенства и неравенства. Основные свойства истинных числовых равенств и неравенств.

24. Понятие неравенства с одной переменной. Определение равносильных неравенств. Теоремы о равносильности неравенств.

25. Понятие уравнения с одной переменной. Определение равносильных уравнений. Теоремы о равносильности уравнений.

26. Определение функции. Свойства функции. Линейная функция и ее частные случаи: прямая пропорциональность, стационарная функция. Обратная пропорциональность.

27. Длина, площадь, объем, и их измерение.
28. Масса, время и их измерение.
29. Применение методов личностно – ориентированного обучения математике в начальной школе как средство развития личности учащегося в соответствии с требованиями ФГОС.
30. Различные подходы к построению урока математики. Типы уроков по математике в зависимости от их целей и содержания.
31. Учебная деятельность младшего школьника в процессе обучения математике как средство формирования у учащихся универсальных учебных действий.
32. Особенности организации обучения математике в малокомплектной школе.
33. Федеральный образовательный стандарт начального общего образования в области математики, примерная образовательная программа по математике для начальной школы.
34. Рабочая программа учебной дисциплины математика, календарно – тематическое планирование.
35. Методика обучения математике в дочисловой период.
36. Формирование представлений об отрезке натурального ряда. Аксиомы Пеано. Формирование понятий «число» и «цифра».
37. Формирование навыка сложения (вычитания) в пределах 100.
38. Изучение алгоритмов письменного сложения и вычитания
39. Формирование навыка табличного умножения.
40. Приемы устного умножения и деления.
41. Изучение алгоритмов письменного умножения и деления.
42. Изучение деления с остатком.
43. Изучение правила порядка выполнения действий в выражениях.
44. Методика ознакомления учащихся с понятиями доли и дроби. Задачи на нахождение доли числа и числа по его доле, задачи на нахождение части, которую одно число составляет от другого.
45. Методика изучения величин в начальной школе.
46. Методика изучения алгебраического материала в начальной школе.
47. Методика изучения геометрического материала в различных учебниках математики.
48. Формирование у младших школьников представлений о симметрии плоских фигур.
49. Анализ урока математики.
50. Развитие младших школьников в процессе обучения решению комбинаторных задач.

51. Программа внеурочной деятельности по математике.

52. Исследовательская деятельность учителя как необходимое условие усиления развивающей функции обучения математике.

53. Развитие логического мышления младших школьников на уроках математики.

54. Активные и интерактивные методы обучения математике как средства стимулирования познавательной активности младших школьников

55. Формирование контрольно – оценочных средств по математике для начальной школы.

56. Особенности построения начального курса математики.
57. Формы организации обучения математике в начальной школе.
58. Урок математики и требования к нему
59. Нестандартные формы уроков математики.
60. Средства и методы обучения математике в начальной школе.
61. Виды и формы контроля на уроках математики.
62. Арифметическое действие сложение и его свойства.
63. Методика изучения сложения.
64. Арифметическое действие вычитание и его свойства.
65. Методика изучения действия вычитания.
66. Арифметическое действие деление и его свойства.
67. Методика изучения действия деления.
68. Методика изучения деления с остатком.
69. Арифметическое действие умножение и его свойства.
70. Методика изучения табличного умножения.
71. Методика изучения внетабличного умножения.
72. Методика изучения уравнений.
73. Методика первоначального знакомства с задачей.
74. Методика изучения длины.
75. Методика изучения времени.
76. Методика изучения времени.
77. Методика изучения массы.
78. Методика изучения дробей.
79. Методика изучения площади и периметра.
80. Методика изучения геометрического материала.
81. Методика изучения решения задач на движение.
82. Методика изучения решению простых текстовых задач.
83. Методика изучения решения составных текстовых задач.
84. Методика обучения решению задач на нахождение долей.
85. Методика обучения решению выражений с переменной.
86. Методика обучения сравнению выражений
87. Методика обучения построению геометрических фигур.

88. 1.Понятие множества и элемента множества. Способы задания множеств. Отношения между множествами.

89. 2.Пересечение множеств. Законы пересечения.

90. 3.Объединение множеств. Законы объединения.

91. 4.Декартово произведение множеств. Графическое изображение декартова произведения числовых множеств на координатной плоскости.

92. 5.Понятие отношения на множестве. Способы задания отношений.

93. 6.Свойства отношений.

94. 7.Отношение эквивалентности.

95. 8.Отношение порядка.

96. 9.Теоретико-множественный смысл суммы двух целых неотрицательных чисел.

97. Существование и единственность суммы.

98. 10.Законы сложения.

99. 11.Теоретико-множественный смысл разности целых неотрицательных чисел.

100. Определение разности через сумму. Теоремы о существовании и единственности разности.

101. 12.Правило вычитания числа из суммы.

102. 13.Правило вычитания суммы из числа.

103. 14.Теоретико-множественный смысл произведения двух целых неотрицательных чисел.

104. Определение произведения через сумму.

105. 15.Законы умножения.

106. 16.Теоретико-множественный смысл частного целого неотрицательного числа и натурального.

107. Определение частного через произведение. Существование и единственность.

108. 17.Правило деления суммы на число.

109. 18.Правило деления числа на произведение.

110. 19.Определение отношения делимости. Теоремы о делимости суммы, разности и произведения.

111. 20.Признаки делимости на 2 и 5.

112. 21.Признаки делимости на 4 и 25.

113. 22.Уравнение с одной переменной. Равносильные уравнения. Теоремы о равносильных уравнениях.

114. 23.Прямая пропорциональность.

115. 24.Числовые выражения и выражения с переменной. Тождественно равные выражения. Тождество.

116. 25.Числовые равенства и неравенства, их свойства.

117.

118. Вопросы по методике математики для подготовки к экзамену.

119. 1.Методика изучения нумерации чисел первого десятка.

120. 2.Методика изучения нумерации чисел от 11 до 100.

121. 3.Методика изучения сложения и вычитания в пределах 10.

122. 4.Методика изучения табличного сложения и вычитания в пределах 20.

123. 5.Ознакомление с действием умножения. Изучение переместительного свойства и особых случаев умножения.

124. 6.Ознакомление с действием деления. Изучение взаимосвязи деления и умножения.

125. Изучение особых случаев деления.

126. 7.Методика изучения табличного умножения и деления.

127. 8.Методика изучения внетабличного умножения и деления.

128. 9.Методика изучения деления с остатком.

129. 10. Методика изучения умножения многозначных чисел на однозначные.

130. 11. Методика изучения умножения на разрядные числа.

131. 12. Методика изучения умножения на двузначные и трехзначные числа.

132. 13. Методика изучения деления многозначных чисел на однозначные.

133. 14. Методика изучения деления на разрядные числа.

134. 15. Методика введения задач на нахождение суммы и остатка.

135. 16. Методика введения задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц.

136. 17. Методика введения задач на разностное сравнение и кратное сравнение.

137. 18. Методика введения задач на нахождение неизвестного слагаемого, уменьшаемого, вычитаемого.

138. 19. Методика введения задач на увеличение и уменьшение числа в несколько раз.

139. 20. Методика введения задач на нахождение четвертого пропорционального.

140. 21. Методика введения задач на пропорциональное деление.

141. 22. Методика введения задач на нахождение неизвестных по двум разностям.
142. 23. Методика введения задач на встречное движение.
143. 24. Методика изучения площади геометрических фигур. Ознакомление с единицами площади. Формирование навыков измерения площади.
144. 25.Методика формирования представления о массе. Изучение единиц массы и соотношений между ними.

http://www.studfiles.ru/preview/5473515/page:101/

http://zdamsam.ru/a63573.html

http://fs.nashaucheba.ru/docs/270/index-1141120.html?page=3

http://pandia.ru/text/78/439/44833.php